



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA / UNB
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA / UFPB
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO / UFPE
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE / UFRN
PROGRAMA MULTI-INSTITUCIONAL E MULTI-REGIONAL DE PÓS GRADUAÇÃO
EM CIÊNCIAS CONTÁBEIS

O COMPORTAMENTO DOS RETORNOS: CASO DAS AÇÕES MAIS NEGOCIADAS
NA BOVESPA DURANTE AS FASES ASCENDENTES E DESCENDENTES ENTRE
JULHO DE 1994 E AGOSTO DE 2001

MARCOS ANTÔNIO STELMO DA SILVA

ORIENTADOR: PROF. DR. CÉSAR AUGUSTO TIBÚRCIO SILVA

BRASÍLIA – DF 2002

MARCOS ANTONIO STELMO DA SILVA

**O COMPORTAMENTO DOS RETORNOS: CASO DAS AÇÕES MAIS NEGOCIADAS
NA BOVESPA DURANTE AS FASES ASCENDENTES E DESCENDENTES ENTRE
JULHO DE 1994 E AGOSTO DE 2001**

Dissertação apresentada ao Programa de
Mestrado Multi-Institucional e Multi-Regional em
Contabilidade como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre em Contabilidade.

ORIENTADOR: PROF. DR. CÉSAR AUGUSTO TIBÚRCIO SILVA

BRASÍLIA – DF, 2002

S586c Silva, Marcos Antonio Stelmo da
O comportamento dos retornos: caso das ações mais negociadas na Bovespa durante as fases ascendentes e descendentes entre julho de 1994 e agosto de 2001 / Marcos Antonio Stelmo da Silva – Brasília, 2003.
145f.

Dissertação (mestrado) – Universidade de Brasília, 2002
Orientador: Prof. Dr. César Augusto Tibúrcio Silva.
Bibliografia.

1. Contabilidade-avaliação 2. Risco econômico 3. Apreçamento-modelos 4. Ações-comportamento dos retornos 5. Ações-normalidade das distribuições. I. Título

CDU:657.92

330.131.7

TERMO DE APROVAÇÃO

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Ciências Contábeis do Programa Multiinstitucional e Inter-Regional de Pós-Graduação em Ciências Contábeis - UnB, UFPB, UFPE e UFRN.

Presidente da
comissão:

Prof. Dr. César Augusto Tibúrcio Silva - UnB

Examinador
interno:

Prof^ª. Dr^ª.M^a. Eduarda Tannuri-Pianto – UnB

Examinador
externo:

Prof. Dr. Maurício Ribeiro do Valle – USP

Examinador
suplente:

Prof. Dr. Jorge Abrahão de Castro – UnB

“...As you well know, the biggest problem we now have with the whole evolution of risk is the fat tail problem, which is really creating very large conceptual difficulties. Because, as we all know, the assumption of normality enables us to drop off the huge amount of complexity in our equations... Because once you start putting in non-normality assumptions which is unfortunately what characterizes the real world, then these issues become extremely difficult.”

Alan Greenspan (1997)

DEDICATÓRIA

À minha esposa Joana, em reconhecimento pela sua especial paciência, compreensão, dedicação e motivação.

À minha filha Giovanna, a quem fiquei devendo mais atenção.

Ao meu pai e à minha mãe, pelos excelentes exemplos.

AGRADECIMENTOS

À Deus por nossa existência em paz e harmonia, pela força para vencer os nossos desafios e por nos permitir aprender com as lições diárias.

Aos meus pais, pelo apoio sempre recebido.

Ao Decano de Pesquisa e Pós-graduação da Universidade de Brasília e aos gestores do programa de bolsas da CAPES, pelo apoio econômico.

À presidência do Conselho Federal de Contabilidade, pelo apoio ao Programa.

À direção da Bolsa de Valores de São Paulo, pelo fornecimento dos dados sobre ações e pelo pleno e pronto esclarecimento das eventuais dúvidas sobre a base de dados.

Aos colegas de curso, pelo convívio fraternal, compartilhamento de conhecimentos, experiências e dúvidas.

Aos secretários de mestrado e graduação do Departamento de Ciências Contábeis da UnB: Márcia Barcelos e Eugênio Pacelli, pela atenção recebida.

Aos nossos professores, principalmente ao professor-doutor Jorge Katsumi Niyama, Coordenador Geral do Mestrado, pela dedicação pessoal. A todos eles pelas orientações recebidas, experiências relatadas e pela motivação com que fomos contemplados durante o curso.

Registro meu especial agradecimento aos professores-doutores César Augusto Tibúrcio Silva, Maria Eduarda Tannuri-Pianto e Maurício Ribeiro do Valle, respectivamente, meus digníssimos orientador, co-orientadora, e examinador externo; pela sabedoria na iluminação dos caminhos viáveis que poderiam ser trilhados, bem como pelas valiosas sugestões.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	16
1.1	TEMA E PROBLEMA.....	16
1.2	OBJETIVOS E HIPÓTESES	17
1.3	RELEVÂNCIA TEÓRICO-EMPÍRICA.....	18
1.4	ESTUDOS ANTERIORES	20
1.5	PERSPECTIVAS	21
1.6	ORGANIZAÇÃO DO ESTUDO	22
2	REFERENCIAL TEÓRICO	23
2.1	RISCO	23
2.2	DISTRIBUIÇÃO NORMAL E TEOREMA DO LIMITE CENTRAL.....	25
2.4	DISTRIBUIÇÕES ESTÁVEIS PARETO-LÉVY.....	33
2.5	MODELOS DE APREÇAMENTO DE ATIVOS	36
2.5.1	<i>Modern Portfolio Theory – MPT</i>	38
2.5.2	<i>Capital Asset Pricing Model – CAPM</i>	44
2.5.3	<i>Arbitrage Pricing Theory –APT</i>	47
3	MATERIAL E MÉTODOS	52
3.1	MÉTODOS, UTILIDADE, DIFICULDADES E LIMITAÇÕES DE EMPREGO	52
3.2	UNIVERSO, AMOSTRA E OS DADOS.....	53
3.3	TRATAMENTO DOS DADOS.....	54
3.5	ESPECIFICAÇÃO DE PESQUISA	58
4	RESULTADOS	60
5	DISCUSSÃO	64
6	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	67
7	BIBLIOGRAFIA	69
7.1	BIBLIOGRAFIA DE REFERÊNCIA.....	69
7.2	BIBLIOGRAFIA CONSULTADA.....	74
8	APÊNDICES	78

APÊNDICE A – DADOS	78
<i>APÊNDICE A1 – Relação de Origens das Informações Recebidas</i>	78
<i>APÊNDICE A2 - Relação das Variáveis de Pesquisa</i>	79
<i>APÊNDICE A3 - Ações Pesquisadas</i>	80
<i>APÊNDICE A4 – Proventos Pertinentes Pagos</i>	84
APÊNDICE B – RELATÓRIOS DE PROCESSAMENTO	85
<i>APÊNDICE B1 –Comportamento do Índice Bovespa</i>	85
<i>APÊNDICE B2 – Estatística Descritiva</i>	89
<i>APÊNDICE B3 – Testes de Amplitude Relativa</i>	92
<i>APÊNDICE B4 – Testes de Shapiro-Wilk</i>	94
<i>APÊNDICE B5 – Gráficos QQ e Gráficos de Distribuições Amostrais</i>	100
<i>APÊNDICE B6 – Gráficos de Regressão Quantílica Agrupados</i>	121
APÊNDICE C – QUANTITATIVO	130
<i>APÊNDICE C1 - Testes de Verificação de Normalidade, Qqplot e Amplitude</i> <i>Relativa</i>	130
<i>APÊNDICE C2 – Deficiências da Correlação</i>	135
<i>APÊNDICE C3 - Regressão Linear pelo Método dos Estimadores de Mínimos</i> <i>Quadrados Ordinários e Seus Pressupostos</i>	139
<i>APÊNDICE C4 – Regressão Quantílica</i>	143

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

GRÁFICOS 1,2 E 3 - DENSIDADE DE PROB. NORMAL PADRÃO [0,1]; DIFERENTES NORMAIS COM VARIÂNCIAS: 0,1; 0,5; 2 E 4;. DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES NORMAL	26
GRÁFICO 4 – FUNÇÕES DENSIDADES DE PROBABILIDADES NORMALE “ <i>FAT-TAIL</i> ” CAUCHY	34
GRÁFICOS 5A E 5B ; 6A E 6B - DENSIDADEE QQPLOTS DE NORMAL E DE UMA “ <i>FAT-TAIL</i> ” (CAUCHY)	133
GRÁFICOS 7 E 8 – ESQUEMA GEOMETRICO DA REGRESSÃO QUANTÍLICA E PLOTAGEM DE RESÍDUOS DOS VALORES ESTIMADOS VERSUS VARIÁVEL INDEPENDENTE.	144

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - PRESSUPOSTOS DO MPT.....	39
TABELA 2 - PRESSUPOSTOS DO MODELO CAPM.....	44
TABELA 3 - PRESSUPOSTOS DO MODELO APT	48
TABELA 4 - PERÍODOS E DIAS DE PREGÃO E PERCENTIS CALCULADOS EM DIAS.....	80
TABELA 5 - PRINCIPAIS FAMÍLIAS DE TESTES DE NORMALIDADE	131
TABELA 6 - DEFICIÊNCIAS DA CORRELAÇÃO	136
TABELA 7 - EXEMPLO DE DISTORÇÃO NO CÁLCULO DA CORRELAÇÃO.....	137
TABELA 8 - PRESSUPOSTOS DA REGRESSÃO LINEAR POR ESTIMADORES DE MÍNIMOS QUADRADOS	139

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

APT – Asset Pricing Theory

BOVESPA – Bolsa de Valores de São Paulo

CAPM – Capital Asset Pricing Model

ICAPM – CAPM *Intertemporal*

MDA – Mínimos Desvios Absolutos

MMQO – Método de Mínimos Quadrados Ordinários

MPT – Modern Portfolio Theory

MRE – Métodos Robustos de Estimação

TLC – Teorema do Limite Central

TGLC – Teorema Geral do Limite Central

LISTA DE NOTAÇÕES

? - Transformação

G - Matriz de pesos

G' - Matriz de transposta da matriz de pesos

L - Matriz de autovalores

RESUMO

Esta é uma pesquisa sobre o comportamento das distribuições dos retornos das ações mais negociadas em mais de 95% dos pregões da Bolsa de Valores de São Paulo, nas fases ascendentes descendentes, de inflexão e total, no período de julho de 1994 a agosto de 2001. É feita uma revisão conceitual e histórica de risco, dos mais usuais modelos de apreçamento de ativos e de alguns dos aspectos quantitativos e pressupostos a eles relacionados. Os testes de bondade de ajustamento em relação à normalidade e de “*fat-tails*”: *Shapiro-Wilk*, *amplitude relativa* e *qqplot* aplicados às variações dos retornos das ações, consideradas as fases de mercado, após estes terem sido corrigidos monetariamente pelo IGP-DI e ajustadas quanto aos eventuais dividendos pagos, evidenciaram o predomínio da não *normalidade* das distribuições dos retornos, bem como sua freqüente conformidade com distribuições teóricas com excesso de valores nos extremos, independentemente da fase em que o mercado se encontre. Foram observados onze casos de diagnósticos contraditórios de gaussianidade, pelos testes *Shapiro-Wilk*, enquanto que para os mesmos casos os testes de *amplitude relativa* apresentaram diagnóstico “*fat-tail*”. Uma análise gráfica dos resultados de 122 *regressões quantílicas* entre as variações dos retornos ajustados e as variações na carteira substituta para o mercado, o índice Bovespa, produziu 122 gráficos, que classificados de acordo com o comportamento comum dos percentis extremos e, de acordo com as evoluções nas fases de baixa para alta do mercado, revelaram sete diferentes grupos de comportamentos distintos. Para os casos em que as retas de regressão quantílica não puderam ser consideradas paralelas, ficaram evidenciados casos de valores de betas distintos para os diversos quantis das variações dos retornos condicionados ao comportamento do mercado. Tais evidências permitem concluir que: considerando as fases de baixa ou de alta do mercado, tanto a regressão linear por mínimos quadrados ordinários centrados na média quanto as demais regressões lineares que possuam estimadores centrados apenas na mediana não são capazes de refletir todos os reais relacionamentos dos retornos (betas) com mercado. As evidências também permitem afirmar que: em função da fase de baixa ou de alta do mercado, pode existir mais de um beta para cada ação, dependendo do quantil de retorno.

Palavras-chave: Contabilidade-avaliação, Risco econômico, Apreçamento-modelos, Ações-comportamento dos retornos, Ações-normalidade das distribuições.

ABSTRACT

This is a research on stocks earnings distributions behavior for most traded ones on more or equal than ninety five percent of yearly dealing days, in Brazilian São Paulo Stock Exchange, Bovespa, during bull, bear, inflexion and total market patterns between July 1994 and August 2001. It begins with a conceptual and historical review of risk; most used asset-pricing models, also some of its frequently associated quantitative techniques and related assumptions. The Shapiro-Wilk, qqplot, studentized range gaussianity and fat-tail distribution goodness of fit tests evidenced non-gaussianity of earnings' distributions and outstanding prevail of fat-tail behavior compliant distributions regardless market outline conditions. There was eleven conflicting diagnose cases of gaussianity, by Shapiro-Wilk tests, with fat-tail ones, by studentized range tests. A quantile robust regression estimation technique of inflation and dividend adjusted securities earnings variations versus Bovespa market proxy portfolio index variations produced 122 graphs, which after have had selected by extreme quantile trends were classified within seven dissimilar extreme earnings patterns behavior, depending on its behavior due bear to bull market passing through. As to the cases which quantile regression straight lines were not parallel, there was evidence of different betas for each asset earnings variations quantile versus market proxy index on bear and bull conditions. On such market conditions neither the mean centered approach ordinary least squares regressions nor the median only centered estimation approach regressions were able to unveil all market-asset earnings relationships (betas). Thus, the evidence allows affirming each asset might have more than one different beta: one per quantile.

Key words: Accounting–Company pricing, Economics Risk, Pricing models, Stocks–Earnings behavior, Stocks – Distributions normality.

1 INTRODUÇÃO

1.1 TEMA E PROBLEMA

Na Contabilidade Financeira, no que tange à avaliação de empresas, são feitas projeções baseadas em modelos de mensuração de risco como *Modern Portfolio Theory (MPT)*, *Capital Asset Pricing Model (CAPM)* e *Arbitrage Pricing Theory (APT)* para o apreçamento de ativos ou estimação dos valores das empresas. Em tais modelos freqüentemente, ou mesmo eventualmente, têm sido utilizados alguns métodos quantitativos clássicos como regressão linear, cálculos de variância, desvio padrão e correlação para estimação do risco dos ativos, os quais estão relacionados aos retornos dos mesmos.

A partir dos retornos são estimados os riscos oferecidos pelos ativos, por meio dos modelos e os métodos quantitativos a eles associados. No ponto crítico da estimação dos riscos está a efetivação dos pressupostos dos modelos e também os pressupostos dos métodos quantitativos e eles associados. O pressuposto mais crucial, o comportamento normalmente distribuído dos retornos, pode estar explicitamente colocado, no caso do CAPM, ou implicitamente presente no caso dos métodos quantitativos associados.

Por questão de simplicidade os praticantes têm adotado a presunção de normalidade dos retornos. Apesar de polêmicas recomendações de especialistas em favor e em contrário, há possibilidade de ocorrer o emprego direto e automático de métodos estatísticos, entre eles os fundamentados nos estimadores de mínimos quadrados ordinários (MMQO), sem uma prévia avaliação das características do fenômeno e da população em estudo. Entre as conseqüências da não efetivação dos pressupostos, podem estar as imprecisões, nas estimativas das correlações, ou, pelo menos, nos intervalos de confiança dos betas.

As correlações e os betas são as medidas de relacionamento e quantificações de risco usadas para a composição de carteiras e a estimação dos valores de empresas, respectivamente. Sua imprecisão implicaria em correspondentes reflexos na formação de carteiras não ótimas e erros pelo menos nos valores máximos e mínimos das avaliações.

À luz de relevantes reflexos contábeis e financeiros, foi feita uma revisão histórica e sistemática das peculiaridades e presunções estatísticas, diretas e indiretas que sustentam os modelos MPT, CAPM e APT, além dos métodos quantitativos usualmente empregados nos

mesmos, os fenômenos ligados ao seu desenvolvimento e uma parte da inferência relacionada.

Também foi investigado comportamento dos retornos das ações de empresas brasileiras mais negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo. Em termos gerais, foi verificada a adequação da base conceitual de alguns métodos de estimação do cálculo de risco à realidade.

1.2 OBJETIVOS E HIPÓTESES

Em termos gerais, é objetivo esclarecer qual seria o comportamento, em termos de distribuição de probabilidades dos retornos dos ativos negociados em bolsa no Brasil, mais especificamente, durante os períodos de ascensão, declínio e de relativa estabilidade, ou inflexão.

As hipóteses testadas na presente dissertação foram as seguintes: os retornos das ações negociadas na bolsa de valores de São Paulo durante os períodos de alta:

H_{0a}) aderem às condições de normalidade;

H_{1a}) não aderem às condições de normalidade.

Os retornos das ações negociadas na bolsa de valores de São Paulo durante os períodos de baixa:

H_{0b}) aderem às condições de normalidade;

H_{1b}) não aderem às condições de normalidade.

Os retornos das ações negociadas na bolsa de valores de São Paulo durante os períodos de inflexão, ou seja, nos quais nenhuma das condições acima tenha se manifestado:

H_{0e}) aderem às condições de normalidade;

H_{1e}) não aderem às condições de normalidade.

Os retornos das ações negociadas na bolsa de valores de São Paulo considerando-se a união (total) dos períodos acima:

H_{0t}) aderem às condições de normalidade;

H_{1t}) não aderem às condições de normalidade.

1.3 RELEVÂNCIA TEÓRICO-EMPÍRICA

Os modelos de apreçamento de ativos são rotineiramente utilizados, entre outros, nos cálculos de custos de capital associados a investimentos, decisões de fusões e incorporações; na estimação de custos de capital para concessões, permissões e privatizações de uso e exploração de patrimônio ou bem público; na análise comparativa do sucesso entre diferentes investidores ou gestores de carteiras; nas consultas, arbitragens e perícias relacionadas a decisões em ações judiciais compensatórias e de desapropriação ou cisão de sociedades abertas ou fechadas. Empresas brasileiras de capital aberto são avaliadas, mesmo que não venham ser negociadas, pois elas poderão servir de padrão de comparação ou *benchmarking* com vistas estimar o valor de similares de capital fechado existentes no mesmo país.

Tendo em conta que tais modelos de mensuração de risco empregam os dados de retornos históricos das ações, foi investigado o comportamento dos retornos das ações de empresas brasileiras que são negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo. Mais especificamente, foi verificada a adequação de seu comportamento real em relação à fundamentação conceitual do cálculo de risco para o mercado em tais condições. A investigação do comportamento dos retornos durante as fases ascendentes e descendentes estaria relacionada à hipótese da influência dos efeitos psicológicos das notícias de estado de mercado sobre a distribuição individual dos retornos. Foi observado que o critério de definição de fase poderia possuir, como realmente existiram, casos que não se encaixavam nem na fase de ascensão, nem declínio. Tais casos foram classificados como relativamente estacionários, ou de inflexão e caracterizados como uma terceira fase e hipótese.

De fato, existem significativas evidências de que os betas não sejam estáveis ao longo do tempo...¹ As evidências também mostraram um relacionamento entre os coeficientes dos betas e os comportamentos ascendentes e descendentes do mercado... Os mercados em

¹ Muito embora o autor reconheça a importância desse assunto, não é objetivo deste trabalho discorrer a seu respeito.

declínio estariam associados à alta volatilidade, o aumento de volatilidade induziria os investidores a mudarem a composição de suas carteiras de ações com baixa capitalização para as carteiras com alta capitalização. Como resultado as ações de pequenas empresas se comportam diferentemente das grandes nas fases de alta e de baixa de mercado.²

Na estimação dos betas entre ativos ou entre cada ativo e o indicador ou termômetro de mercado com base nos valores dos retornos, uma adequada e precisa estimação dos betas é um fator determinante para uma maior exatidão dos valores dos ativos ou empresas. Eventuais mudanças nos comportamentos dos retornos, ou uma não efetivação dos pressupostos que formam os conceitos fundamentais de determinados modelos podem se constituir em fatores causadores de distorção ou imprecisão dos intervalos de confiança para os betas e, dependendo do caso, segundo BIBBY *apud* LEWIS-BECK (1980), podem até invalidar os resultados dos mesmos. Assim, evidências sobre a efetivação, ou não, dos pressupostos de comportamento dos retornos podem trazer maior entendimento quanto às técnicas recomendáveis para uma melhor estimação dos betas empresariais, inclusive outras estimativas com informações cujas distribuições tenham comportamento análogo.

Com a amostragem direcionada restrita às ações mais negociadas, foi objetivo investigar o comportamento dos retornos na situação mais próxima da desejável, sem o efeito de possíveis tendências causadas por interpolações para preenchimento das lacunas deixadas por valores faltantes originados pela indisponibilidade de preços, isto é: pela não comercialização das ações. A investigação das causas de tais valores faltantes está fora do escopo da pesquisa proposta.

Considerando os usuais métodos clássicos de estimação, técnicas como covariância, correlação, regressão linear, análise de componentes principais, análise fatorial, entre outras, têm entre seus pressupostos a quando não necessária, pelo menos uma desejável

² “There is a substantial body of evidence that equity beta coefficients are not stable over time... There is also evidence showing a relationship between beta coefficients and bull and bear market conditions ... Bear markets tend to be associated with higher volatility, and the increased volatility induces investors to shift their portfolios from small capitalization stocks to large-capitalization stocks. As a result, small firms behave differently from large firms in bull and bear markets.” [GRIEB & REYES (2001, p.118) – trad. livre].

distribuição gaussiana dos elementos a partir dos quais se estimam parâmetros. Há controvérsias entre pontos de vista “pela necessária” e os “pela desejável mas, não necessária” gaussianidade da distribuição dos fenômenos, com respectivos, significantes ou insignificantes efeitos para a adequada precisão das estimativas dos betas.

1.4 ESTUDOS ANTERIORES

Em 1978 PRAETZ & WILSON apud STOKIE (1982), investigaram os retornos mensais de 578 ações de empresas negociadas na *Melbourne Stock Exchange* - Bolsa de Valores de Melbourne, Austrália, no período de 1958 a 1973. Eles realizaram testes separados para curtose ou achatamento, assimetria e adequação de ajustamento à distribuição normal e não encontraram evidências significativas de não-normalidade. Posteriormente, STOKIE (1982), em um reexame das descobertas feitas pelos supracitados autores, mostrou que parte predominante da conclusão dos primeiros pode ser atribuída à alta incidência de retornos zero, atribuídos às pequenas empresas com ações pouco comercializadas e também à inexistência de parâmetros estacionários, isto é, à não eliminação da tendência. Ele ressalta que o impacto desses dois fatores é diminuído pela aplicação de testes em um grupo de 40 ações líderes em três períodos quinquenais. Concluiu que não existe base conclusiva para rejeitar a hipótese de normalidade para os retornos mensais das 40 líderes para o referido período. Ainda, considerou válido este resultado quanto ao atendimento da condição de população normalmente distribuída, princípio básico de aplicabilidade dos modelos CAPM.

A história de pesquisas se reporta a FAMA, apud ERB *et alii* (1994), com evidências apresentadas para ações estadunidenses, por RICHARDSON & SMITH(1993); e para mercados de ações de países desenvolvidos, por HARVEY & ZHOU(1993); para mercados de ações de países emergentes, por HARVEY(1995). Sugerem a não simetria do retorno das ações, implicando a rejeição da hipótese de normalidade dos mesmos.

Para o Brasil, GLERIA *et alii* (2002) avaliaram o comportamento dos logaritmos dos retornos convertidos em dólar para a carteira do índice Bovespa entre 1968 e 1998. Obtiveram uma assimetria de $-0,314$ e uma curtose de $8,389$. Rejeitaram hipótese de normalidade da distribuição dos retornos da carteira em favor da distribuição estável .

Com base na rejeição da hipótese de normalidade dos retornos, SHARPE apud CORNELL & DIETRICH (1978) aplicaram o método robusto de estimação de Mínimos

Desvios Absolutos comparativamente com Método de Mínimos Quadrados Ordinários para a estimação de betas para uma amostra aleatória de 100 empresas da *Standard & Poor's 500*, a partir de retornos semanais, em 13 períodos anuais, entre julho de 1962 e junho de 1975. Eles apresentaram evidências de que a diferença entre MDA e MMQO poderia ser considerada pequena, dado o fato de que o MDA não provou ser claramente superior.

Em 1992 CHAN & LAKONISHOK (1992, pp.278-279) analisaram comparativamente o desempenho de diversos métodos robustos de estimação (MRE), principalmente regressão quantílica,³ em relação ao MMQO sobre dados verdadeiros e simulados. Concluíram que para ambos os casos há evidências de significativos ganhos potenciais de eficiência dos MRE sobre o MMQO. No caso em que os resíduos eram normalmente distribuídos houve uma pequena perda de eficiência entre 10 e 20 %. Quando os resíduos tinham distribuição Student-t, com três Graus de Liberdade, evidenciaram ganhos de eficiência de cerca de 80%. Com relação aos dados verdadeiros, tanto para ações perdedoras quanto para vencedoras e mesmo as provenientes de amostragem aleatória, os MRE superaram significativamente o MMQO. Na estimação “*cross-sectional*” dos betas para amostras de ofertas públicas iniciais (IPO -*Initial Public Offerings*), as evidências indicaram que os Métodos Robustos de Estimação devem ser considerados como sérias alternativas ao MMQO.⁴ Em 1989, CONNOLLY(1989) também evidenciou ganhos de eficácia dos estimadores robustos L e M como alternativas ao MMQO.⁵

1.5 PERSPECTIVAS

Além do mercado, diferenças significativas podem ser observadas entre o presente estudo e os anteriores, notadamente pela decomposição ou classificação de características dos retornos das ações em estudo como colhidas durante situações diferentes do mercado, isto é, ascendente, descendente e estável ou estacionário.

³ Apêndice C4.

⁴ MARTIN & SIMIN (1999,p.2).

⁵ Estimadores L e M, em HUBER (1981).

Espera-se conhecer o real comportamento dos retornos das ações para os casos em estudo, com respeito à normalidade, quando o número de valores faltantes é menor, ou seja, quando a quantidade de amostras válidas sem tendenciosidade é maior. A depender das conclusões, no futuro poderão ser escolhidos os métodos mais adequados a serem empregados na estimação dos betas e das correlações.

Complementarmente empregada, a regressão quantílica, a qual é baseada na minimização, via programação linear, de diferentes alternativas para estimativas de retas que minimizem as distâncias absolutas entre os valores de x e as separatrizes, tem o recurso de permitir construir os gráficos de variáveis com separatrizes, os quais são de grande interesse para a análise do comportamento das assimetrias e curtoses entre variáveis.

1.6 ORGANIZAÇÃO DO ESTUDO

Inicia-se pela introdução em que é apresentado o problema, as justificativas para sua escolha, perspectivas, os objetivos, relevância do estudo, delimitação do estudo e menção aos estudos anteriormente feitos sobre o tema.

O capítulo seguinte corresponde ao referencial teórico, onde é feita uma revisão de literatura fundamental. Inicia-se com uma caracterização do risco e parte de seu registro histórico. Finaliza com os modelos MPT e CAPM e APT eventualmente permeados por aspectos estatísticos relacionados.

Segue-se o capítulo intitulado material e métodos, que trata da metodologia empregada: os métodos quantitativos empregados com a apresentação de ressalvas ou limitações de método, universo e amostra; descrição dos dados, o tratamento que eles receberam, também referenciados nos apêndices.

Os capítulos seguintes fazem a apresentação dos resultados obtidos; a discussão de dos resultados obtidos, juntamente com a discussão de aspectos polêmicos do referencial teórico. Outro capítulo trata das conclusões alcançadas.

Para finalizar, são apresentados os apêndices, subdivididos em dados da pesquisa, relatórios de processamento e, finalmente um apoio metodológico quantitativo.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

“O que seria da Medicina moderna sem aquela contribuição do mestre cervejeiro Louis Pasteur?”

Geraldo da Silva.

2.1 RISCO

A palavra arriscar, em italiano antigo ‘*risicare*’, significa ousar. Neste sentido, o risco é uma opção e não um destino...”.⁶ Origina-se do latim ‘*resecare*’ (*cortar separando*). Deriva “*da noção de perigo que os navegantes tinham ao passar por rochas perigosas e pontiagudas*”.⁷ Para alguns, risco é a possibilidade de que os retornos positivos de um sistema orientado por objetivos não se concretizem.⁸ Para outros, é o grau de certeza ou incerteza quanto à realização dos retornos esperados, ou seja, valores esperados.⁹ Para outros tantos, a estimativa composta de frequência provável, rigor e percepção pública de dano ou prejuízo.¹⁰ Também, a condição na qual existe uma possibilidade de ocorrer um desvio em relação ao resultado que seria esperado ou desejado.¹¹

Todas as definições acima compartilham dois fatores em comum: a indeterminação do resultado e a “chance de perda”. Mas, a definição de risco como probabilidade de perda parece mais plausível do que como probabilidade de inexatidão, pois esta última pode abranger ganhos extraordinários e a sua ocorrência pode não equivaler obrigatoriamente à existência maior risco. Para existir risco, deve haver pelo menos dois resultados possíveis: caso se saiba, com certeza, que o resultado seria uma perda, não haveria nenhum risco; evitar-se-ia a situação ou aceitar-se-iam as conseqüências. O outro componente do risco é que pelo

⁶ BERNSTEIN (1997, p. 8).

⁷ JORION (1998, p.65).

⁸ “*The possibility that the positive expectations of a goal-oriented system will not be fulfilled.*” [HALLER apud MOLES (1998, Section 1.2, p.1) - trad. livre].

⁹ “*... is the degree of certainty or uncertainty as to the realization of expected returns.*” [PRATT (1998, p.35)- tradução livre].

¹⁰ “*...is the compound estimate of the probable frequency, severity and public perception of harm.*” [KLOMAN apud MOLES (1998, Section 1.2, p.1) - trad. livre].

menos um resultado é indesejável. Isto significa que algo de valor poderia ser perdido ou que o ganho, em valor, é menor do que era possível se alcançar. Um ativo ou recurso cujo retorno, ou medida de valor, é menor do que uma aplicação alternativa significaria uma perda por oportunidade. (MOLES, 1998, “Section 1.2”, p.1).

Durante o período Renascentista houve o desenvolvimento da Matemática, como resposta aos motivadores desafios, notadamente os originados pela busca de sucesso e riqueza por parte da nobreza e dos jogadores. Em 1654 houve o início ao desenvolvimento da teoria das probabilidades e também do que se conhece como mensuração e gerenciamento de risco. Tal desenvolvimento começou através da solução do problema publicado em 1494 pelo monge Luca Paccioli: ratear o saldo das apostas de um jogo de azar,¹² dado que os participantes, após terem jogado algumas rodadas e obtido percentuais diferentes do montante, o jogo foi interrompido. (BERNSTEIN, 1997, p.3).

Posteriormente, em 1662 um grupo não identificado de confrades, do mesmo monastério para o qual se recolheu o matemático Blaise Pascal, publicou o livro “*La logique, ou l’art de penser*” - “*Lógica ou arte de pensar*” - no qual foi declarado: “*apenas o patologicamente avesso ao risco faz opções baseadas nas conseqüências sem considerar as probabilidades envolvidas*”. Em 1738, Daniel Bernoulli, através da Academia Imperial de Ciências de São Petersburgo, trouxe ao mundo um ensaio intitulado “*Specimen theoriae novae de mensura sortis*” – “*Exposição de nova teoria de mensuração do risco*” - através do qual ele afirma “*o valor de um item não deve se basear em seu preço, mas na utilidade que ele produz*”. também argumentava que “*apenas o temerário faz opções baseadas nas probabilidades de um resultado sem considerar suas conseqüências*”. Ambos basearam seus argumentos na seguinte proposição: “*qualquer decisão relativa a riscos envolve dois elementos distintos, porém inseparáveis: os fatos objetivos e a visão subjetiva do desejo do que será ganho, ou perdido, com a decisão*”. (BERNSTEIN, 1997, p.70 e pp.99-100)

Como evolução do cálculo de probabilidades iniciada naquela época, surgiram posteriormente representações matemáticas com a função matemática que retorna o valor da probabilidade de um evento ocorrer dada uma situação. Tais representações são denominadas função de densidade de probabilidades e função de distribuição de probabilidades. A função densidade dá idéia da probabilidade da exata ocorrência de um determinado valor e a função de distribuição dá idéia da probabilidade de ocorrência acumulada ou de um conjunto de eventos acumulados abaixo de um determinado valor, inclusive.

¹¹ “...is a condition in which there is a possibility of an adverse deviation from a desired outcome that is expected or hoped for.” [VAUGHAN apud MOLES (1998, Section 1.2, p.1) - tradução livre].

¹² Origina-se do árabe “*el-zahr*”, dados. Os jogos podem ser classificados em dois tipos: os que envolvem decisão, como pôquer, truco, em que a habilidade ou escolha do jogador influi no resultado e os em que ao contrário, isso não ocorre, como o jogo de dados, roleta, etc.

A solução foi dada pelo nobre, matemático e jogador, o Cavaleiro de Méré; com a ajuda do matemático e filósofo francês Blaise Pascal e do advogado e matemático, Pierre de Fermat.

2.2 DISTRIBUIÇÃO NORMAL E TEOREMA DO LIMITE CENTRAL

A distribuição probabilidades normal é uma função matemática contínua, isto é, que apresenta contornos sem degraus ou interrupções, ela retorna o valor da probabilidade da população, que possa ser por ela aproximada, ser menor ou igual determinado valor, por exemplo um número z , onde obviamente:

$$z = \left(\frac{(x - \mu)^2}{\sigma} \right) \quad [1]^{13}$$

Assim, a função distribuição de probabilidades pode ser descrita como:

$$F(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} dz \quad [2]^{14}$$

$$-\infty < z < \infty$$

Onde $F(z)$ é a altura da curva, μ é a media e σ é o desvio padrão da curva. Multiplicando-se z pelo número de observações pode ser calculado o número esperado de observações para uma determinada medida em particular.

A distribuição normal foi criada pela necessidade de se calcular o valor aproximado da probabilidade da distribuição de probabilidade binomial de parâmetros n e p para grandes valores de n .¹⁵ Graficamente é mais bem descrita por uma função matemática com forma de sino. É o modo particular com que os valores observados tenderão a se distribuir ao redor de

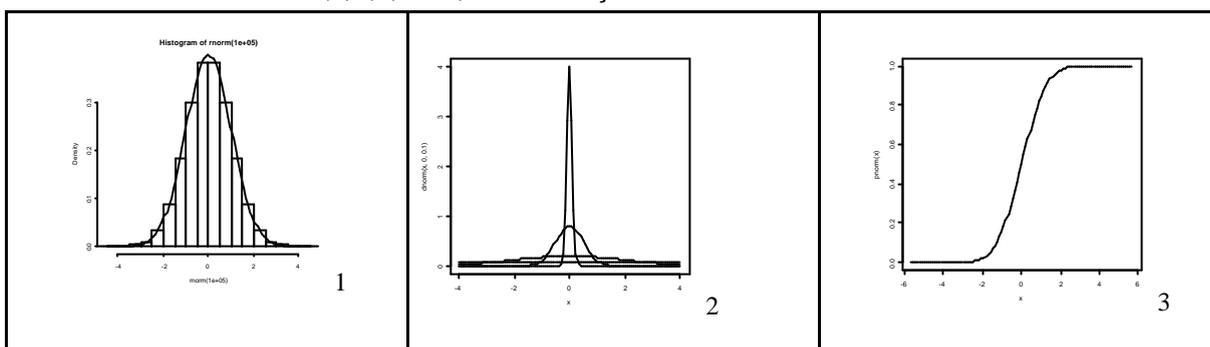
¹³ Em SPIEGEL (1979, p.202).

¹⁴ É o resultado da integração aplicada sobre a função densidade. Em uma dimensão é cálculo da área entre ela e o eixo dos x . Corresponde ao valor da probabilidade de um valor se encontrar entre $-\infty$ (menos infinito) e o valor arbitrário X_i .

¹⁵ “La función de distribución normal se encontró por vez primera (en el trabajo de de Moivre, 1733) como medio de evaluar aproximadamente la función de distribución de la ley de probabilidades binomial con

um determinado valor, a média, ao invés de se espalhar uniformemente ao longo de um intervalo de valores.¹⁶ Por ter forma simétrica, isto é assimetria zero, sua média, moda e mediana coincidem e correspondem ao seu ápice. Sua variância (desvio padrão ao quadrado) e também seu achatamento ou curtose dão a idéia de quão dispersos são os valores, ou quão larga é a “boca do sino”, conforme mostram as os gráficos 1 e 2. O gráfico 3 apresenta valores acumulados “abaixo de”.

GRÁFICOS 1,2 E 3 - DENSIDADE DE PROB. NORMAL PADRÃO [0,1]; DIFERENTES NORMAIS COM VARIÂNCIAS: 0,1; 0,5; 2 E 4;. DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES NORMAL



O “Teorema do Limite Central”, estabelece que a soma de grande número de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com variâncias finitas tenderá a ser normalmente distribuída.¹⁷ Foi Abraham de Moivre em 1773, quem pioneiramente demonstrou o Teorema do Limite Central (TLC) para o experimento da jarra de Bernoulli.^{18 19} O TLC, também conhecido como “Teorema de Convergência Normal”.²⁰ Mas, foi De Moivre o primeiro definir risco como chance de perda; e quem baseado no TLC, descreveu a distribuição Normal, uma distribuição simétrica com maior parte das observações agrupadas ao centro.²¹ Em 1809 Pierre Simon Laplace publicou o TLC, segundo o qual, ‘*á média das médias reduzem milagrosamente a dispersão ao redor da grande média*’.

parámetros n y p para valores grandes de n. Este hecho es un caso especial del famoso teorema central del limite...” [PARZEN (1971, p. 265) – trad. livre]

¹⁶ Teorema do Limite Central.

¹⁷ “*La suma de un gran numero de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con medias y variancias finitas, que se normalizan para que tengan media cero y variancia 1, está distribuida aproximadamente como normal*” [PARZEN(1971, p.408) – trad. livre].

¹⁸ BERNSTEIN(1997, p.126-149) e PARZEN(1976, p.408).

¹⁹ “Jacob Bernoulli, para ilustrar a Lei dos Grandes Números: criou um experimento: em uma jarra com três mil pedras brancas e duas mil pedras pretas para a extração de amostras com reposição.” [BERNSTEIN 1997, p.122].

²⁰ Interpretação textual das fórmulas dos TLCs em RAO *apud* DUFOUR (1995, p. 15-16) ou PARZEN (1971, pp.473-476).

²¹ BERNSTEIN (1997, p.126-149).

Foram os trabalhos de Gauss sobre a teoria do movimento dos corpos celestes e de medição geodésica,²² que inicialmente impulsionaram o uso da distribuição normal, a qual em alguns países, é denominada normal gaussiana, ou simplesmente gaussiana.²³ Ao se apurarem os contextos de tais descobertas é possível notar a existência de uma usual associação entre os comportamentos normalmente distribuídos e variáveis aleatórias de determinados fenômenos da natureza.²⁴

Quanto ao enquadramento de fenômenos à distribuição normal, segundo Galton, duas condições são necessárias para que as observações se distribuam normalmente, ou simetricamente, em torno de sua média. Primeira, o número de observações deve ser o maior possível. Segunda, as observações devem ser independentes, como os arremessos de um dado. A ordem só poderá ser achada se existir desordem primeiro”. [...]“Uma distribuição normal é bastante improvável, embora não impossível, quando as observações são dependentes umas das outras – ou seja, quando a probabilidade de um evento é determinada por um evento precedente”[...]“Difícilmente poderemos esperar uma distribuição normal se os dados estiverem viciados. Sob tais circunstâncias, as observações não se distribuirão simetricamente ao redor da média.” [BERNSTEIN, 1997, pp. 139 e 142 - grifos acrescentados].

Do advento da distribuição normal se seguiu o aparecimento de diversas técnicas: a base lógica e matemática do cálculo de regressão linear pelo método de mínimos quadrados ordinários, foi inicialmente formulada por Legendre em 1805 e publicada por Gauss em 1809 na exposição de seus métodos de cálculos astronômicos.²⁵ O coeficiente de correlação, por Edgeworth em 1872; a regressão linear à média pelo método de estimação por mínimos quadrados ordinários, por Galton em 1877; introdução do termo desvio padrão, por Pearson em 1893; finalmente, a correlação linear produto momento, por Pearson e Sheppard em 1897.²⁶

A distribuição normal é geralmente mais aplicável a valores contínuos e está intrinsecamente associada à estatística paramétrica, aquela fundamentada nos cálculos de média (associada ao primeiro momento central), variância (associada ao segundo momento

²² Áreas e distâncias terrestres. BERNSTEIN(1997, pp. 123-126).

²³ Reino Unido.

²⁴ Biologia (Antropometria...), Geologia (Geodésia...), Física (Astronomia...), etc.

²⁵ BOYER (1968, p.373 e p.379).

²⁶ CORDEIRO(2001).

central), assimetria (associada ao terceiro momento central) e curtose ou achatamento (associados ao quarto momento central):

A estimação do primeiro momento (média) pode ser feita por:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{ij} . \quad [3]$$

A estimação do segundo momento central (variância):

$$\hat{m}_{2i}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 . \quad [4]$$

A estimação do terceiro momento central (m_{3i}):

$$\hat{m}_{3i} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^3 ; \quad [5]^{27}$$

e o coeficiente de assimetria será:

$$C_3 = \frac{\hat{m}_{3i}}{(\hat{m}_{2i}^2)^{3/2}} , \quad [6]^{28}$$

que terá resultado zero em caso de assimetria.

A Estimação do quarto momento central de uma população (m_{4i}):

$$\hat{m}_{4i} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^4 . \quad [7]^{29}$$

O coeficiente de excesso ou falta de achatamento ou curtose em relação à normal padrão (cujo valor é constante igual a 3):

²⁷ KRITZMAN (1994, p.10) com adaptações.

²⁸ Idem.

²⁹ KRITZMAN (1994, p.13) com adaptação.

$$C_4 = \frac{\hat{m}_{4i}}{(m_{2i}^2)^2} - 3. \quad [8].^{30}$$

Existe uma tendência, na análise com múltiplas variáveis, em se assumir que todos vetores aleatórios provenham de uma família de distribuições normais com múltiplas variáveis ou "multinormal". Entre as razões para esta preponderância se apresentam as seguintes: (1) A distribuição multinormal é uma generalização fácil de sua contra-parte univariada, assim, a análise multivariada se torna quase um paralelo à análise univariada correspondente. Não se pode afirmar o mesmo para outras generalizações multivariadas. Diferentes autores têm dado diferentes extensões para outras distribuições, mas não têm obtido um inteiro sucesso.³¹ (2) A distribuição normal multivariada é completamente definida em seus primeiros e segundos momentos. Essa economia de parâmetros simplifica os problemas de estimação.³² (3) Para o caso de variáveis serem normais, correlação zero implica em independência e independência entre pares significa independência total. Novamente, outras distribuições multivariadas não possuem necessariamente essas propriedades.³³ (4) Funções lineares de um vetor normal são individualmente normais univariadas. Isso abre uma porta para uma para uma derivação extremamente simples da teoria da multinormal. Mais uma vez, outras distribuições podem não ter essa propriedade.³⁴(5) Mesmo quando os dados originais não são multinormais, seria possível apelar para os Teoremas do Limite Central para provar que determinadas funções tais como as médias das amostras são normais para grandes

³⁰ KRITZMAN (1994, p.13) adapt.

³¹ "(1) The multinormal distribution is an easy generalization of its univariate counterpart, and the multivariate analysis runs almost parallel to the corresponding analysis based on univariate normality. The same cannot be said of other multivariate generalizations: different authors have given different extensions of the gamma, Poisson, and exponential distributions, and attempts to derive entirely suitable definitions have not yet proved entirely successful." [MARDIA et alii (1979, pp.60-61) - trad livre].

³² "(2) The multivariate normal distribution is entirely defined by its first and second moments - a total of only $\frac{1}{2}(p(p+3))$ parameters in all. This compares with 2^{p-1} for the multivariate binary or logit distribution. This economy of parameters simplifies the problems of estimation." [MARDIA et alii (1979, pp.60-61) - trad livre].

³³ "(3) "In the case of normal variables zero correlation implies independence, and pair wise independence implies total independence. Again, other distributions do not necessarily have these properties." [MARDIA et alii (1979, pp.60-61) - trad livre].

³⁴"(4) "Linear functions of a multinormal vector are themselves univariate. This opens the door to an extremely simple derivation of multinormal theory, as developed here. Again, other distributions may not have this

amostras.³⁵(6) Os perfis de equi-probabilidade de uma distribuição multinormal são elipses simples, as quais através de uma mudança de coordenadas podem ser transformadas em círculos ou, genericamente, em hiper-esferas. Esta simplicidade geométrica juntamente com as propriedades de invariância associadas permite deduzir muitas propriedades essenciais através de argumentos intuitivamente convincentes.³⁶

Existe desde o ano de 1900, o que hoje se conhece como “Passeio Aleatório dos Preços do Mercado Financeiro”.³⁷ Tendo permanecido esquecida até sua primeira tradução para o inglês e publicação por Paul Cootner, a “*Random Walk Theory*”, proposta por Bachelier diz que “*Não existe informação útil contida nos movimentos históricos dos preços das ações*”, isto é, a esperança matemática para os ganhos do especulador é de 50%.³⁸ Foi o primeiro modelo a presumir que as ‘mudanças nos preços’ entre transações seriam variáveis aleatórias independentes, identicamente e normalmente distribuídas, portanto com variâncias finitas. Posteriormente, Osborne, Moore e Kendall apresentaram evidências empíricas apoiadas na hipótese de normalidade, mas todos constataram caudas elevadas nas distribuições de seus dados, ou seja, excessivas frequências de grandes valores nas caudas das mesmas, se comparadas às da distribuição normal.³⁹ Segundo FAMA (1970, p.17), as mudanças nos preços sobre as quais se referem Bachelier e Osborne abrangem dividendos e mudanças nos preços. Para curtos períodos, como um dia, dividendos seriam relativamente infrequentes, assim o termo ‘mudanças nos preços’ refere-se à quantidade de retornos.⁴⁰ O modelo ainda presume que as transações sejam uniformemente distribuídas ao longo do

property, e.g. linear functions of multivariate variables are not themselves binary.” [MARDIA et alii (1979, pp.60-61) – trad. livre].

³⁵ (5) “*Even when the original data is not multinormal, one can often appeal to central limit theorems, which prove that certain functions such as the sample mean are normal for large samples.*” [MARDIA et alii (1979, pp.60-61) - trad livre].

³⁶ (6) “*The equiprobability contours of the multinormal distribution are simple ellipses, which by a suitable change of coordinates can be made into circles (or, in the general case, hyperspheres). This geometric simplicity, together with the associated invariance properties, allows us to derive many crucial properties through intuitively appealing arguments.*” [MARDIA et alii (1979, pp.60-61) - trad livre]

³⁷ COOTNER(1964).

³⁸ BACHELIER(1964).

³⁹ “*A model implying normally distributed price changes was first proposed by Bachelier, who assumed that price changes from transaction to transaction are independent, identically distributed random variables with finite variances. Osborne[1959], Moore[1962] and Kendall[1953], all thought their empirical evidence supported the normality hypothesis, but all observed high tails (ie, higher proportions of large observations) in their data distributions vis-a-vis what would be expected if distributions were normal.*” [FAMA(1970,p.399) adaptado - trad-livre].

⁴⁰ “*...The term ‘price change’ is meant to include both dividends and change in price. For short intervals, like a day, dividends are relatively infrequent, so that the term ‘price change’ refers to the quantity of interest.*” [FAMA(1970, p.17) trad. livre].

tempo e invoca o teorema do limite central quando apóia a hipótese de normalidade quando o número de elementos da amostra cresce.⁴¹ A primeira presunção contraria evidências de diminuições e aumentos das transações com a compra e venda de ações verificadas nas fases de alta e baixa do mercado, respectivamente. Quanto à segunda parte, cabe a uma investigação corroborar ou refutar... A teoria do passeio aleatório recebeu contribuições de Working, Cowles; Granger & Morgenstern, Samuelson, Malkiel e Jensen, entre outros.⁴²

Segundo CHEN *et alii*(1991), o uso da distribuição normal em medidas de risco teriam sido desenvolvidas por Slaifer e por Morris.⁴³ Segundo HARRINGTON (1987, p.7), “*a distribuição normal possui a vantagem de necessitar de apenas duas medidas, ou parâmetros, a média e a variância, para descrever a distribuição inteira*”. Não obstante os retornos estimados para os investimentos não sejam sempre normalmente distribuídos, os analistas assumem que assim o sejam, de modo simplificar sua análise para a decisão dos investidores.⁴⁴ Assim, a busca pela simplificação em certo momento levou ao desprezo de outras medidas ou parâmetros da mesma. No entanto, os parâmetros associados à assimetria e à curtose estão entre os fatores determinantes na aceitação ou rejeição da hipótese de normalidade de uma distribuição.

Em uma avaliação de importância de um número de fatores, entre eles as assimetrias foram encontradas evidências de que a taxa de retorno de ações seria diretamente proporcional à variância e inversamente relacionado à assimetria. O tamanho do retorno seria diretamente relacionado com sua variabilidade, mas os acréscimos nos retornos foram menos

⁴¹ “*The model further assumes that transactions are uniformly spread across the time. If the number of transactions per day, week, or month is large, then price changes across these intervals are sums of many independent, identically distributed drawings. The Central Limit Theorem of statistics lead us to expect that the distribution of a sum of independent, distributed drawings generally approaches a normal distribution as the number of items in the sum is increased.” [FAMA(1970, pp.17-18) – trad livre e grifos do autor.].*

⁴² WORKING (1934), COWLES III (1933, 1937, 1944, 1960); GRANGER & MORGENSTERN (1963), SAMUELSON(1965), MALKIEL (1973) e JENSEN (1968), entre outros.

⁴³ “*The use of Gaussian linear loss integrals as risk measure was developed by Schaifer(1961) and Morris(1968).*” [CHEN et alii (1991, p.34) – trad. livre].

⁴⁴ “*A normal distribution has an advantage because we need only two summary measures, mean and variance, to describe the entire distribution. Although distributions of forecasted returns from investments are not always normal, analysts often assume that they are in order to simplify their analysis of the investor's decision*” [HARRINGTON(1986, p.7) - trad. livre].

do que proporcionais a cada acréscimo no risco.⁴⁵

Foi sugerido que o importante não seria a assimetria mas a assimetria sistêmica e não diversificável e que os investidores preferam acréscimos nos betas como substitutos para proporcionalmente maiores aumentos na assimetria sistêmica ou co-assimetria. O risco pareceria o predileto porque ele age como substituto para a assimetria. Portanto, quando os retornos são assimétricos, os betas seriam resultantes de duas forças opostas e as tolas estimativas para os betas estariam erradas.⁴⁶ SIMKOWITZ & BEEDLES *apud* HARRINGTON(1987, p.72) estudaram os efeitos da diversificação da assimetria das carteiras. Encontraram evidências de que quando se aumentava a diversificação, a assimetria diminuía.⁴⁷

Segundo Harrington, deveriam os investidores formar carteiras diversificadas ao preferirem o risco em relação à variância? Até aqui, o que foi aprendido é que os retornos não são normalmente distribuídos. Portanto, a presunção de normalidade dos retornos pode ser uma aproximação imprecisa. Os betas podem ser uma medida insuficiente para o risco e portanto uma considerável fonte de erros. Seria a assimetria suficientemente importante de modo destruir a relação linear básica do CAPM? Fama *apud* Harrington acredita que a distribuição dos retornos está suficiente próxima da normalidade e que a presunção de normalidade é apropriada.⁴⁸

⁴⁵ “...evaluated the importance of a number of factors, skewness among them. He found that the rate of return on stocks was directly related to variance but inversely related to skewness. The magnitude of each asset's return was correlated with its variability, but the increase in return was less than proportionate for each increase in risk.” [ARDITI (1967) *apud* HARRINGTON(1987, p72)].

⁴⁶ “...suggested that is not skewness but systematic and non diversifiable skewness that is important, and that investors prefer increases in beta as surrogates for proportionally greater increases in systematic or co-skewness. Risk would appear to be preferred because it acts as a proxy for skewness. Thus, when returns are skewed, beta would be the result of two opposing forces, and naive beta estimates could be in error.” [KRAUS & LITZEMBERGER (1976) *apud* HARRINGTON(1987, p72).]

⁴⁷ “...also looked at the effect of diversification on portfolio skewness. They found that as diversification increased, skewness decreased.” [SIMKOWITZ & BEEDLES (1978) *apud* HARRINGTON(1987, p72)]

⁴⁸ “In investors prefer skewing but abhor variance, should they compose diversified portfolios? What we have learned so far is that returns are not normally distributed. Thus, the assumption of normal distributions may be an inaccurate approximation. Beta may be too simplistic a measure of risk and, therefore, a source of considerable error. The real question is, Is skewing sufficiently important to destroy the basic linear relationship of the CAPM? FAMA(1976) believed that the distribution of returns was close enough to normal

2.4 DISTRIBUIÇÕES ESTÁVEIS PARETO-LÉVY

Para a maioria dos dados financeiros existe uma alternância entre períodos de alta e baixa volatilidade. MANDELBROT *apud* HUSCHENS & KIM (2002), observou e relatou o que a literatura denomina efeito Joshep ou alternância entre agrupamentos de dados com mesma volatilidade: grandes mudanças tendem seguir outras grandes mudanças, sejam elas positivas ou negativas, o mesmo ocorre para as pequenas mudanças. HUSCHENS & KIM (2002) afirmam que, com base na desigualdade de Jensen,⁴⁹ pode ser mostrado que os dados financeiros com agrupamentos alternados de mesma volatilidade possuem distribuições condicionais com picos de frequências ao redor do valor zero, frequências de retornos excessivamente elevadas nas caudas (*heavy tails ou fat-tails*),⁵⁰ e simultaneamente muitos valores aberrantes. Tal fenômeno seria explicado pelos investidores avessos ao risco: quanto maior os choques mais ativos são os tais investidores, de tal modo que, cada vez mais informações estarão chegando às bolsas. Assim, a distribuição não-gaussiana estável, estável alfa, ou distribuição Pareto-Lévy, com $\alpha < 2$, tem sido frequentemente considerada como mais realista para os retornos de ativos do que a distribuição normal, pela sua capacidade de reproduzir tais condições.⁵¹

O termo “distribuições estáveis” designa uma classe de distribuições de probabilidade que comporta algumas distribuições, assimétricas e funções de caudas elevadas, as “*fat-tails*”. Tal distribuição foi criada por Paul Lévy em seu estudo da soma de variáveis independentes e identicamente distribuídas, por volta de 1920. O termo distribuições estáveis

that the assumption of normalcy was appropriate...” [HARRINGTON(1987, p.73) – trad. livre grifos acrescidos].

⁴⁹ “For any random variable X , (1) if $g(x)$ is a convex function, then $E[g(x)] \geq g[E(x)]$; (2) if $g(x)$ is a concave function, then $E[g(x)] \leq g[E(x)]$.” CHENG(2000, p.1).

⁵⁰ “When extreme returns have higher probabilities than the normal distribution, we say the distribution has fat tails.” [STULZ (2002), Chap. 10, p.21] Exemplo: Cauchy (Gráfico 4).

⁵¹ “...Due to the influential works of Mandelbrot(1963), however, the stable non-gaussian, or rather, α -stable distribution has often been considered to be a more realistic one for asset returns than the normal distribution. “This is because asset returns are typically fat-tailed and excessively peaked around zero – phenomena that can be captured by α -stable distributions with $\alpha < 2$.” [...] “Mandelbrot (1963) observed it and reported that ‘large changes tend to be followed by large changes of either sign. And small changes tend to be followed by small changes...’ which is called the Joshep-effect in the literature. In the analysis and modeling for conditional distribution, this empirical observation is known as volatility clustering. Based on Jansen’s inequality, one can easily show that financial data with volatility clustering are excessively peaked around zero in their unconditional distribution. This phenomenon can be explained through the risk aversion investors: the bigger a shock is the more active investors are, so that more information will be arriving in the

engloba simultaneamente, através de uma única função, toda uma família de distribuições de probabilidades: simétricas, assimétricas e algumas que possuam caudas excessivamente elevadas em relação à normal gaussiana. Sua deficiência é a inexistência de uma fórmula convencional tanto para a função densidade quanto para a distribuição de probabilidades, sendo mais conhecida por sua função característica.⁵²

$$E(e^{iuZ}) = \begin{cases} e^{\left(-|u|^a \left[1 - ib \tan\left(\frac{\pi a}{2}\right) \text{sign}(u)\right]\right)}, & \mathbf{a} \neq 1 \\ e^{\left(-|u| \left[1 - ib \left(\frac{2}{\pi}\right) \text{sign}(u) \ln|u|\right]\right)}, & \mathbf{a} = 1 \end{cases} \quad [9]^{53}$$

onde α é o parâmetro de estabilidade, $\alpha \in [0,2]$; β é o parâmetro de assimetria, $\beta \in [-1, 1]$; σ é o parâmetro de escala, $\sigma > 0$; e μ é o parâmetro de posicionamento, $\mu \in [-\infty, +\infty]$; $a > 0$; $b \in \mathbb{R}$. $\text{Sign}(u) = u/|u|$, se $u > 0$ então $\text{sign}(u) = +1$ se $u < 0$, então $\text{sign}(u) = -1$; se $u = 0$, $\text{sign}(u) = 0$ por definição. Na fórmula, a letra i é um número complexo ($i^2 = -1$).

Através da mudança de alguns parâmetros na fórmula [9] sua função característica muda para a correspondente a uma determinada distribuição: quando $\beta=0$ e $b=0$, esta distribuição é simétrica perto do zero; quando $\alpha=2$, $\beta=0$, $a=\sigma^2/2$ e $b=\mu$, ela equivale à função característica da distribuição normal $N[\mu, \sigma^2]$, cujas propriedades já foram apresentadas. Quando os parâmetros são $\alpha=1$, $\beta=0$, $a=\gamma$ e $b=\delta$, equivale à função característica da Distribuição Cauchy, $X \sim \text{Cauchy}(\gamma, \delta)$, cuja função de distribuição é:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{\gamma^2 + (x - \delta)^2} dx \quad [10]^{54}$$

$-\infty < x < +\infty$

e cuja diferença gráfica em relação à distribuição normal pode ser observada:

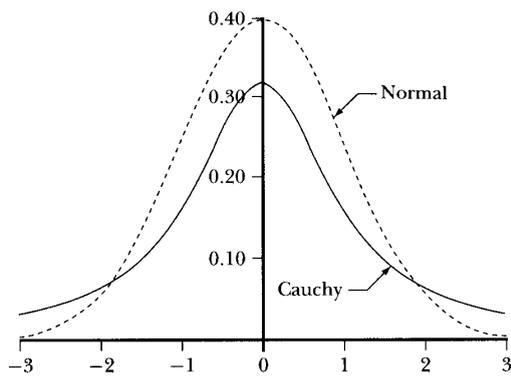
GRÁFICO 4 – FUNÇÕES DENSIDADES DE PROBABILIDADES NORMAL E “FAT-TAIL” CAUCHY

transaction market. This is typical for distributions with heavy tails and at same time many outliers..”
[HUSCHENS & KIM (2002, p.175-176). trad. livre].

⁵² NOLAN (2002, pp. 1-5).

⁵³ NOLAN(2002,p.5) com adaptações.

⁵⁴ Idem.



Fonte: Campbell et alii [1997, p. 18]

A função característica da distribuição estável com parâmetros $\alpha=1/2$, $\beta=1$, $\gamma=a$ e $\delta=b$; assume a função característica da distribuição Lévy, $X \sim \text{Lévy}(\gamma, \delta)$, cuja função de distribuição se segue:

$$F(x) = \int_{\delta}^{+\infty} \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}} \frac{1}{(x-\delta)^{3/2}} e^{(-\gamma/2(x-\delta))} dx \quad [11]^{55}$$

Finalmente, quando $\alpha=1/2$, $\beta=1$, $\gamma=0$ e $\delta=1$; ela passa a ter a forma de uma distribuição Bernoulli:

$$p(x) = \begin{cases} p & \text{se } x=1 \\ 1-p=q & \text{se } x=0 \\ 0 & \text{outro caso} \end{cases} \quad [12]^{56}$$

$0 \leq p \leq 1$

Segundo NOLAN (2002, p.3-4), as distribuições estáveis foram propostas como modelo em sistemas físicos e econômicos, para os quais, três argumentos contribuiriam para se esperar modelos não gaussianos: a efetiva existência de fenômenos que se comportam segundo as distribuições Cauchy, Lévy e Holtsmark; em segundo lugar, o Teorema Geral do Limite Central, segundo o qual o único limite não trivial possível para a soma de variáveis

⁵⁵ NOLAN(2002, p.5) com adaptações.

aleatórias independentes identicamente distribuídas é uma distribuição estável, como é o caso da soma de preços de ativos; o terceiro argumento é empírico: conjuntos de dados muito grandes apresentam frequências excessivamente elevadas nas caudas, *‘fat-tails’* e assimetrias.⁵⁷ ⁵⁸ Ao transcender o TLC, o Teorema Geral do Limite Central, TGLC, prevê que a distribuição limitadora da soma de um grande número de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, mesmo com variâncias infinitas, tende a ter uma distribuição estável.⁵⁹ ⁶⁰

2.5 MODELOS DE APREÇAMENTO DE ATIVOS

O papel da presunção de que a distribuição estável Pareto-Lévy e o Teorema Geral do Limite Central sucedam a distribuição normal e o Teorema do Limite Central, nas presunções da parte quantitativa dos modelos precisa ser avaliado a começar pela fundamentação dos modelos e da parte quantitativa relacionada.

A quantificação da relação risco *versus* retorno esperado, isto é, o valor da recompensa pela exposição a cada grau de risco foi conseguido através da adoção de modelos. O modelo de simulação de funcionamento ou de comportamento compreende um conjunto de métodos, algoritmos ou fórmulas pelos quais se permitem alcançar algum entendimento, mesmo que restrito ou aproximado, a cerca de um fenômeno; objetivando a solução dos problemas relacionados aos complexos fenômenos do mundo real.

Para ser útil, um modelo tem que: ou descrever o que está acontecendo ou permitir prever o futuro. Através de um bom modelo se irá descrever e prever de modo mais trivial possível. Um modelo complexo teria valor secundário se um simples modelo de apreçamento

⁵⁶ PARZEN(1976, p.203).

⁵⁷ Reflexão de um espelho em rotação, tempos de colisão em um movimento Browniano e campo gravitacional das estrelas, respectivamente. NOLAN (2002, p.3).

⁵⁸ “*Stable distributions have been proposed as a model for many types of physical and economic systems.. There are several reasons for using a stable distribution to describe a system. The first is where there are solid theoretical reasons for expecting a non-gaussian stable model [...] The second reason is the Generalized Central Limit Theorem which states that the only possible non-trivial limit of normalized sums of independent identically distributed terms is stable.*” [NOLAN(2002, p.3-4).- Trad. livre].

⁵⁹ “*The classical Central Limit Theorem says that the normalized sum of independent, identical terms with a finite variance converges to a normal distribution. The Generalized Central Limit Theorem shows that if the finite variance assumption is dropped, the only possible resulting limits are stable.*” [NOLAN(2002, p. 21) Trad. livre].

de ativos puder explicar a maior parte da variabilidade dos retornos passados e puder prever o futuro com razoável precisão, mesmo que um modelo mais simples tenha falhado em explicar como os preços se alteraram ou falharam em prever os preços futuros, ele ainda pode servir como tijolo na construção de um modelo mais útil.⁶¹

Na escolha de um modelo, podem ser importantes algumas características específicas de cada modelo disponível para adoção. Entre as desejáveis podem estar: aceitabilidade considerando-se grau de explicação do fenômeno real, sua exatidão e precisão; simplicidade; viabilidade computacional ou tempestividade das soluções; sua capacidade de servir como instrumento para previsões. Entre as restrições pode estar a não aceitabilidade do grau de desrespeito ou não efetivação dos pressupostos leves ou ainda o completo desrespeito às regras rígidas que viabilizam sua existência ou exequibilidade lógica.

Apesar da aceitabilidade de eventuais restrições, caso sejam constatados graves desrespeitos aos mesmos, como não validade ou inadequação dos pressupostos à realidade, tais modelos podem ser denominados ineficientes, inconsistentes ou inviáveis sendo desejável sua substituição ou aperfeiçoamento. Mas, a substituição de um modelo geralmente se dá após o aparecimento de um outro modelo mais realista, mais preciso, ou mais competente em retratar a realidade.

Os “*Risk Premium Models*”, ou modelos de prêmio por risco, associam proporcionalmente os riscos aos retornos. Segundo HARRINGTON (1986, p.1), valor é o preço justo pelo qual um investidor se disporia a pagar por uma empresa, participação em uma empresa ou qualquer outro ativo. É usualmente determinado pela combinação de três fatores: tamanho dos retornos antecipados, data em que esses retornos serão recebidos e o risco que o investidor assume ao se comprometer em obter os retornos acordados. Entre todos os fatores, sem dúvida, o risco é o de mais difícil e controversa mensuração.

Em termos gerais, para permitir uma aproximação do seu real comportamento são

⁶⁰ “If a sum of independent identically distributed random variables has a limiting distribution, the limiting distribution will be a member of the stable class.” [FAMA & ROLL (1968), p.818].

⁶¹ “To be useful, a model must either describe what is occurring or forecast the future. A good model with both describe and forecast as simply as possible. A complex model would be of marginal value if a simple asset pricing model could explain most of variability of past returns and could predict the future with reasonable accuracy, even if a simpler model failed to explain how prices changed or failed to predict future prices, it might still serve as a building block for constructing a more useful model.” [HARRINGTON(1987, p.26) – trad. livre].

concebidos os denominados modelos de valoração de ativos. Tais modelos objetivam avaliar ativos ou empresas em função de seus efeitos sobre a carteira de ativos do investidor. Com efeito, simulam com aproximação do comportamento dos preços de tais ativos, pois existe muita incerteza. Seria desejável que eles permitissem fazer previsões de seu comportamento ou preço futuro.

2.5.1 Modern Portfolio Theory – MPT

O modelo precursor dos modelos de risco mais usuais foi “a teoria moderna das carteiras”, MPT. Tendo sido o primeiro modelo a lidar explicitamente com o senso de risco sobre uma carteira de ativos na escolha de uma carteira eficiente de investimentos com grande número de ações. Foi sugerido por MARKOWITZ (1952).⁶² Baseia-se conceito de que os retornos são medidos de forma intuitivamente lógica, simplesmente os retornos esperados a partir de um investimento ou uma carteira.⁶³ Como raramente as previsões de retornos são perfeitamente precisas, decorre serem necessárias medidas para se medir o seu potencial de alta e o perigo de baixa, isto é, o potencial dos retornos excederem nossas estimativas e o perigo delas ficarem aquém do que antecipamos, ou, seja, uma medida do erro de nossas previsões. A MPT toma como principal medida a incerteza das previsões, ou variação da incidência dos retornos ao redor da média ou valor esperado. Emprega a variância e o desvio padrão como estimativas do risco potencial da efetivação de um investimento. Define risco como incerteza de estimativas ou potencial para erros nas previsões.⁶⁴

Na seleção de ações para formação de carteiras, parte do conceito de que o investidor deveria maximizar os retornos esperados antecipados e descontados. Assim,

⁶² Sua contribuição foi posteriormente atualizada e ampliada em MARKOWITZ (1959).

⁶³ “Returns are measured in an intuitively logical way[...]They are simply the returns expected from an investment or portfolio.” [HARRINGTON(1987, p.6) – trad. livre].

⁶⁴ “...These forecasts of returns are perfectly accurate. Consequently we need means for measure upside potential and downside danger - that is the potential that returns may exceed our estimate and the danger that returns may be less than we anticipate in other words we need a measure of how wrong our forecasts be” [...]“Variance and standard deviation are widely used measures of risk, and they are measures used in MPT for estimating the potential risk of making an investment. Risk is defined as forecast uncertainty or the potential for forecast error” [...] “The relationship between the two stock’s returns can be measured by their

Markowitz propõe a maximização de uma equação abrangendo proporção de participação de cada ação na carteira, o desconto para o seu valor presente e o valor do retorno da mesma ação e chega à conclusão de que o investidor deve diversificar seus investimentos entre aquelas ações que tragam o máximo retorno esperado. Markowitz associa o risco da carteira à sua variabilidade ou variância em relação às expectativas, esperanças, ou médias. Sugere ainda, para quem deseja correr menos riscos, a adoção de investimentos diversificados em carteiras de ações que tragam simultaneamente o máximo retorno esperado com menor variância.⁶⁵

Em 1959, Markowitz, assumiu que dois objetivos sejam comuns a todos investidores, projetou o modelo: os investidores desejam que os retornos sejam altos; e que esses retornos sejam dependentes, estáveis e não sujeitos a incertezas. Enfatiza que tais técnicas se destinam ao investidor que entre duas coisas iguais, prefira as certas às incertas.⁶⁶

A formulação de tal modelo foi fundamentada em cinco pressupostos a saber:

TABELA 1 - PRESSUPOSTOS DO MPT

Hipótese dos mercados eficientes compõe os pressupostos do MPT:	
1	O objetivo do investidor é maximizar a utilidade de sua riqueza final.
2	Os investidores fazem escolhas baseadas na relação risco e retorno. O retorno é medido por meio das expectativas de retorno (média) de uma carteira de ativos; O risco é medido pela variação dos retornos dessas carteiras.
3	Investidores têm expectativas homogêneas dos riscos e retornos.
4	Informações são livre e simultaneamente disponibilizadas para os investidores
5	Investidores têm idênticos horizontes de tempo.

Fonte: HARRINGTON (1986,26) - Trad. Livre.

Através da regra do retorno esperado média-variância, (E-V), associada ao cálculo de esperança matemática e variância, aplicados para uma variável aleatória correspondente à soma ponderada de variáveis aleatórias referentes aos retornos de ações, se chega à fórmula

correlation or covariance. Covariance is the correlation multiplied by the product of the standard deviations of expected returns of the two investments.” [HARRINGTON(1987, pp.6-9) – trad. livre].

⁶⁵ MARKOWITZ (1952).

⁶⁶ “Two objectives, however, are common to all investors for which this monograph are designed: They want ‘return’ to be high [...] they want this ‘return’ to be dependable, stable, not subject to uncertainty [...] the

da covariância (S_{ij}) entre duas variáveis aleatórias denominadas risco um (R_i) e risco dois (R_j), em função dos valores esperados, a partir da formula [13].⁶⁷

$$S_{ij} = E\{[R_i - E(R_i)][R_j - E(R_j)]\} \quad [13]^{68}$$

Como a covariância entre duas variáveis dividida pelos produtos dos desvios padrões de cada uma delas corresponde ao coeficiente de correlação linear de Pearson; feitas as devidas substituições, Markowitz chegou a formula [14], ou [15] que se segue:

$$S_{ij} = r_{ij} S_i S_j \quad [14] \text{ ou,}$$

$$Cov(X_i, X_j) = Correl(X_i, X_j) \cdot [Var(X_i)]^{1/2} [Var(X_j)]^{1/2} \quad [15]$$

onde, ρ_{ij} é o coeficiente de correlação linear de Pearson entre o risco-i e o risco-j; σ_i é o desvio padrão ou raiz quadrada da variância do risco-i; σ_j é o desvio padrão ou raiz quadrada da variância do risco-j.

A covariância, ou soma do produto das diferenças dos valores de cada ação em relação a suas respectivas médias, é igual à correlação multiplicada pelo produto dos desvios padrões dos retornos dos dois investimentos. Embora a correlação ou covariância negativa reduza o risco da carteira, isso não ocorre quando ela é positiva. O relacionamento entre os retornos de duas ações pode ser medido pela correlação ou pela covariância.⁶⁹

Basicamente, o MPT estima retornos futuros e variâncias para cada investimento

techniques are for the investor who, other things being equal, prefers certainty to uncertainty. [MARKOWITZ (1959, p.6). – trad. livre]

⁶⁷ “A conventional definition of a random variable states that it is a rule for assigning numbers to events in such a way that for every assigned number X there is a probability $P(X)$ which represents the likelihood of occurrence of a score equal to or less than X in magnitude. The mystery is in how a variable can be random when the assignment of values actually follows a rule. The answer is that the individual event is not assigned by the rule. Only the cumulative probability function for the population of all events is known. A random variable follows a probability law, or we might say a statistical law.” [COOLEY & LOHNES, 1971, pp.29-30 – (trad. livre).]

⁶⁸ MARKOWITZ (1952, p.80) e PARZEN (1976,p.391).

⁶⁹ “The relationship between the two stocks’ returns can be measured by their correlation, or covariance. Covariance is simply the correlation coefficient multiplied by the product of the standard deviations of expected returns of the two investments.” [...] “negative correlation (or covariance) reduces the risk of the portfolio, Although negative correlation (or covariance) reduces the risk of the portfolio, positive correlation does not.” [HARRIGHTON(1986, pp.9) – trad. livre].

possível. Depois das previsões futuras de retornos (média) e estimativas de incerteza (variância), são calculados também $n(n-1)/2$ correlações, onde n é o número de diferentes ações, investimentos ou ativos da carteira. Como passo seguinte o investidor escolheria entre todos os investimentos possíveis, com base nos seus respectivos riscos (variância da carteira) e retorno (retorno da carteira). Em outro passo, traçaria os gráficos de retorno *versus* variância para cada grupo de investimentos, de modo que cada ponto represente um investimento possível fazendo que alguns pontos representem investimentos isolados como bônus e ações e outros investimentos totalmente combinados sob a forma de carteiras, de modo abranger todas escolhas possíveis. A seguir, de acordo com perfil de disposição do cliente-investidor entre aquele aceitador de riscos, disposto a obter maiores retornos correndo maior risco; e o avesso ao risco disposto receber a menores retornos se expondo a menores riscos, são formadas as carteiras de investimentos eficientes. que são aquelas que estiverem mais perto de uma curva delimitadora (fronteira eficiente) à esquerda na proximidade dos pontos de menor risco para cada nível de retorno. Finalmente, basta escolher o respectivo grupo de investimentos de acordo com o tal gráfico.⁷⁰ Vale observar que TOBIN (1958), trouxe o teorema da separação, que combina ativos livres de risco (como bônus), com ativos de risco (tais como ações), em uma só carteira.

Quando trata das fontes de informação sobre ações, MARKOWITZ (1959, p.3) define duas: o desempenho individual passado das ações e as crenças de um ou mais analistas

⁷⁰ “These two characteristics can be plotted graphically for a group of investments. Each dot represents a possible investment. Some of the dots represent a single stock, bond or other asset, whereas other dots represent various combinations of investments. The portfolios are made up of all possible combination of individual investments’ alternatives. Thus all possible choices are represented on the graph.” [...] “A risk-averse investor[...]may prefer a portfolio with low risk(variance), whereas a risk taker may prefer a portfolio with greater variance and commensurately higher returns.” [...] “We can graphically represent any investor’s preference for risk by plotting his or her trade-offs between risk and return. The lines connecting these points are called utility curves. [...] The higher the utility curve the greater is the investor’s satisfaction. Obviously, investors goal would be to find an investment, or portfolio, that would bring the greatest satisfaction – an investment that lies on the curve that is highest and farthest to the left. The best that investor can achieve is an investment that lies at the point at which the dashed utility curve touches (is tangent to) the efficient frontier (AO line).. A number of investments lie on lower utility curves, but these would not give this investor as much utility (satisfaction) as an investment on the frontier.” [...] “The investor chooses among all possible investments on basis of their risk (portfolio variance) and return (portfolio return).” [...] “For a portfolio with N assets, the number of correlations that must be calculated is $N(N-1)/2$.” [HARRINGTON(1986 , pp. 11-12) – trad. livre].

com relação ao desempenho futuro destas.⁷¹ Da primeira, se objetiva apurar quais carteiras tiveram bom desempenho anterior. Da segunda, se analisam as possíveis conseqüências dessas crenças no melhor ou pior desempenho dos retornos das carteiras. MARKOWITZ (1959, p.4) reconhece que o modelo está sujeito aos “reflexos salientes da incerteza”, caracterizadas por eventos que possam afetar o curso da prosperidade geral e, conseqüentemente, os investimentos em ações.⁷² Reconhece também eventuais imperfeições da correlação entre os retornos das ações. MARKOWITZ (1959, p.5) mostrou que o risco pode ser eliminado pela criteriosa diversificação da carteira com a inclusão de ativos com retornos não correlacionados. Ele concorda que há evidências de movimento de ações individualmente e até mesmo de ramos inteiros de negócio contra o fluxo geral de prosperidade. Mas, de modo geral “o bem ou mal econômico” tende a se difundir, tendo causado períodos de generalizadas altas ou baixas respectivamente.⁷³

O cálculo de expectância-variância ou média-variância é o método mais usual de estimação dos riscos que correspondem à volatilidade, variabilidade, ou à inexatidão dos retornos. Existe também um enfoque alternativo que considera a expectância-semivariância ou média-semivariância a respeito do qual SHARPE (1964, p.428) afirmou que, sob certas condições, o enfoque pela média e variância pode apresentar estimações distorcidas para o risco. O próprio Markowitz sugere que seria preferível o modelo baseado na semivariância, ou seja, em que se considerem apenas os desvios entre a média e os valores localizados abaixo

⁷¹ “One source of information is the past performance of individual securities. A second source of information is the beliefs of one or more security analysts concerning future performances. When past performances of securities are used as inputs, the outputs of the analysis are portfolios which performed particularly well in the past. When beliefs of security analysts are the implications of these beliefs for better and worse portfolios.” [MARKOWITZ (1959, p.3) – trad. livre]

⁷² “Uncertainty is a salient feature of security investment. Economic forces are not understood well enough for predictions to be beyond doubt on error...” [MARKOWITZ (1959, p.4), trad. livre]

⁷³ “Like most economic quantities, the returns on securities tend to move up and down together. This correlation is not perfect: individual securities and entire industries have at times moved against the general flow of prosperity. On the whole, however, economic good and ill tend to spread, causing periods of generally high or generally low economic activity.” [...] “If security returns were not correlated, diversification could eliminate risk.” [...] “The correlation among returns is not the same for all securities. We expect the returns on a security to be more correlated with those in the same industry than those of unrelated industries. Business connections among corporations, the fact that they service the same area, a common dependence on military expenditures, building activity, or the weather can increase the tendency of particular returns to move up and down

dela. Dada a época, considerando dificuldades computacionais, optou-se por basear a análise no modelo de variância completa.⁷⁴

O uso da semivariância em substituição à variância completa pelo MPT e sucessores traz à tona uma preocupação quanto à adequação dos modelos posteriormente formulados quanto ao efetivo perfil de simetria ou assimetria na distribuição dos riscos por eles considerados. Pelo modelo de variância completa, parte do risco pode estar sendo superavaliado pela variação dos resultados acima da média, ou seja, variação dos ganhos efetivos com o ativo.

A questão é se existiria alguma proporção do risco formado pelas diferenças entre os retornos positivos e a média de hoje que significarão resultados negativos amanhã. Em caso afirmativo e, caso se possa encontrar tal proporção em termos históricos, já se terá uma contribuição para a construção de um modelo mais exato. Apesar da possibilidade de existirem eventuais flutuações dessas proporções ao longo do tempo em consequência de outros fatores, surge a hipótese de que uma parte do risco, formada pela contribuição dos cálculos dos excessos de retornos sobre o valor esperado ou a média no cálculo da variância completa corresponda ao fato de que se está estimando riscos futuros com base em dados de eventos ocorridos no passado.

Os componentes de estimação do risco formados pela soma dos quadrados das diferenças lucro menos valor esperado, através do método esperança e variância - mesmo sob argumento de que seriam estimativas de eventuais perdas com eventos futuros, e cujos dados que permitam sua estimação inexistem - parecem penalizar, pela superavaliação do risco, os ativos superlucrativos, que se caracterizariam por históricos de resultados com significativas variações sempre positivas. Será que os ativos superlucrativos realmente estariam sujeitos a riscos futuros diferentes e mais catastróficos que os demais ativos?

together." [...] "To reduce risk it is necessary to avoid a portfolio whose securities are all highly correlated" with each other." [MARKOWITZ (1959, p.5) - trad. livre]

⁷⁴ MARKOWITZ (1959, Cap. 9), BADHARINATHI & KOCHMAN (1982), OUEDERNI *et alii* (1991), CHEN *et alii* (1991), entre outros.

2.5.2 Capital Asset Pricing Model – CAPM

Como evolução do ‘*The Modern Portfolio Theory*’ e dadas as dificuldades práticas em se implementar o modelo de Markowitz, surgiram algumas contribuições⁷⁵, a versão Sharpe-Lintner ou, ‘*Capital Asset Pricing Model*’,⁷⁶ e a versão de BLACK (1972), a qual liberou o modelo da presunção ou restrição que exigia a existência de ativos livres de risco para empréstimo.

Baseado na concepção de que são as crenças dos investidores que determinam os preços das ações, o CAPM foi definido, não como um modelo descritivo, mas como um modelo de expectativa, que não objetiva descrever o que aconteceu, mas sim o que os investidores acreditam que venha acontecer.⁷⁷ Tal afirmação parece se contrapor à declaração de que a teoria ou os modelos devem ser julgados pela sua capacidade preditiva dos fenômenos que eles pretenderam explicar e que o único teste relevante para a validade de uma hipótese é a comparação de suas previsões com a experiência ou realidade.⁷⁸

TABELA 2 - PRESSUPOSTOS DO MODELO CAPM.

Além dos pressupostos do MPT, o CAPM adiciona os seguintes:	
6	Existem ativos livres de risco e os investidores podem emprestar, e tomar emprestado, ilimitados montantes de capital pela taxa livre de risco.
7	Inexistem impostos, custos de transação, restrições a pequenas vendas ou outras imperfeições de mercado.
8	As quantidades totais dos ativos são fixas, e todos ativos são negociáveis e divisíveis.

Fonte: HARRINGTON (1986,26) Trad. Livre

A linha de CAPM de Sharpe e Lintner pressupõe disponibilidade de empréstimos à taxa de juros livre de risco.⁷⁹ Portanto o retorno esperado para os ativos é dado por

⁷⁵ Segundo HARRINGTON(1987, p.13): TREYNOR (1961), SHARPE(1963), LINTNER(1965a) e MOSSIN(1966).

⁷⁶ Segundo HARRINGTON(1987, p.13): SHARPE(1964), com contribuição de LINTNER (1965b).

⁷⁷ “*The CAPM is an expectational model. We are not trying to describe what has happened, but what investors believe will occur, because investors’ beliefs determine security prices.*” [HARRINGTON(1987,p.27) -trad. livre].

⁷⁸ “*Theory is to be judged by its predictive power for the class of phenomena which it is intended to ‘explain’*” [...] “*the only relevant test of the validity of a hypothesis is comparison of its predictions with experience.*” [FRIEDMAN(1953, pp.8-9) – trad. livre].

⁷⁹ CAMPBELL et alii (1997, p.182).

$$E [R_i] = R_f + b_{im} (E [R_m] - R_f) \quad [16]$$

$$b_{im} = Cov[R_i, R_m] / Var[R_m] \quad [17]$$

Onde, $E(R_m)$ é o retorno esperado da carteira de mercado (costumam ser substituídos pelo índice de Bolsa, por exemplo: *Standard and Poor's 500* no caso dos EUA); R_f é o retorno dos ativos livres de risco (no caso dos EUA, geralmente se adotam os *Treasury Bonds* - Bônus do Tesouro). São usualmente estimados com base nos retornos mensais dos últimos cinco anos; b_{im} corresponde ao coeficiente de inclinação de uma reta de regressão entre o ativo i e o mercado ou a covariância entre ativo i e mercado dividida pela variância do mercado.⁸⁰

Pode-se adotar uma simplificação caso se considere os retornos que excederem os retornos dos ativos livres de risco. Assim, considerando $Z_i = R_i - R_f =$ Retorno do ativo, menos retornos dos ativos livres de risco, o modelo se resume a:

$$E [Z_i] = b_{im} E [Z_m] \quad [18]$$

$$b_{im} = Cov[Z_i, Z_m] / Var[Z_m] \quad [19]$$

A versão formulada por BLACK (1972) considera a ausência de ativos livres de risco. O retorno esperado do ativo i em excesso ao retorno beta zero é linearmente relacionado ao seu beta:

$$E [R_i] = E [R_{0m}] + b_{im} (E [R_m] - E [R_{0m}]) \quad [20]$$

Onde: R_m é o retorno da carteira de mercado, R_{0m} é o retorno da carteira de betas-zero associadas ao mercado. Essa carteira é definida como a carteira que minimiza a variância de todas as carteiras não correlacionadas ao mercado. Quaisquer outras carteiras não correlacionadas teriam o mesmo retorno esperado, porém uma maior variância. Desde que

⁸⁰ HARRINGTON(1987, p.1105)

isso valha em termos de relevância real, para o modelo Black , os retornos são geralmente definidos de forma deflacionada; b_{im} é corresponde ao coeficiente de inclinação da reta de regressão entre o ativo i e o mercado, definido em termos de retornos reais:

$$b_{im} = Cov[R_i, R_m] / Var[R_m] \quad [21]$$

A versão Black é de análise mais difícil do que a Sharpe-Lintner ou comum, tanto para os excessos de retornos para a versão Sharpe-Lintner quanto para os retornos reais da versão Black. Presumem-se retornos independentes e identicamente distribuídos ao longo do tempo e conjuntamente com distribuição normal multivariada. [Conforme CAMPBELL et alii (1997, p.183)].

Considerando o aspecto prático da obtenção dos betas, segundo MARTIN & SIMIN (1999, p.31), existem vários fornecedores comerciais para as estimativas dos betas que diferem na adoção de Índices de Mercado, frequência dos valores e ajustamentos para reversão dos betas maiores que um durante o tempo⁸¹.

Pelo modelo CAPM, o grau com que o retorno esperado de uma ação individual é influenciado pelo comportamento do mercado de ações é denominado coeficiente beta da ação. O retorno esperado de um ativo é medido pelo seu coeficiente beta, é também uma medida de diferenciação entre o retorno do ativo e o retorno da carteira no mercado.

Algum praticante que queira empregar os estimadores de Mínimos Quadrados Ordinários(EMQO) para estimação dos coeficientes betas no CAPM, poderá gerar resultados com controversas deficiências.⁸² De acordo com HUSCHENS & KIM (2002 ,p.175), com base no teorema de Gauss-Markov, os EMQO possuem a variância mínima entre todos os estimadores lineares não tendenciosos quando os erros seguem uma distribuição com variância finita. Caso os retornos possuam distribuição estável, ele atenderia apenas a situação

⁸¹ Nos EUA: Bloomberg, Value Line e Dow Jones Markets; No Brasil: Economática e Risktech. Outras abordagens práticas, segundo HARRINGTON: VASISEK(1971), BLUME (1971 e 1975), KLEMKOSKY & MARTIN (1975); ELTON, GRUBER & URICH (1978), EUBANK JR. & ZUMWALT (1979), DIMSON & MARSH (1983), CARLETON & LAKONISHOK (1985) e WIGGINS (1992),entre outros.

de normalidade. BLATTBERG & SARGENT(1971) relaxaram a presunção de normalidade dos desvios ou erros em direção à teoria da distribuição estável para obtenção de um estimador EMQO-BS,⁸³ foram desenvolvidos métodos de estimação com aplicabilidade em regressão denominados robustos, ou seja, imunes às degradações dos pressupostos, notadamente os de normalidade.⁸⁴

Entre os métodos de estimação robusta está a regressão quantílica.cujas propriedades além da robustez, segundo KOENKER& BASSET (1978, p.618), o estimador de mínimos erros absolutos é preferível ao de mínimos quadrados dos modelos lineares gerais, no sentido de que possui menores “elipsoides assintóticos de confiança”. E que esta condição vale para as densidades cuminosas na mediana e/ou para as caudas longas (“*fat-tails*”).^{85 86}

Como outras deficiências, existem evidências que retratam um pobre poder de explicação pelo modelo CAPM das fontes de risco a partir das quais os retornos das ações são gerados: CAMPBELL *et alii* (1997) afirmam que por volta de 70% dos retornos de ações no mercado, HARRINGTON (1986, p.94), alega que seriam de 33%. Outro estudo apresenta valores de cerca de 35% para dados mensais e 20% para os diários.⁸⁷

2.5.3 Arbitrage Pricing Theory –APT

O modelo APT, conforme HAYS et alii(1997, p.71) e ROLL & ROSS(1995), foi sugerido por ROSS(1976),^{88 89} não requer a identificação de uma carteira de mercado. Sua forma mais geral fornece uma relação aproximada entre os retornos esperados para os ativos e um número não identificado de fatores.⁹⁰ Assume que os investidores se comportem como se

⁸² Apêndice C3.

⁸³ Idem.

⁸⁴ HUBER(1981, p.1).

⁸⁵ “...*The LAE estimator is preferable to the least squares estimator in the general linear model, in the sense of having strictly smaller asymptotic confidence ellipsoids. This condition holds for an enormous class of distributions which have peaked density at the median and/or long tails.*” [KOENKER & BASSET (1978, p.618) – trad. livre].

⁸⁶ Apêndice C4.

⁸⁷ ROLL(1988, pp.565-566).

⁸⁸ Ampliado por Connor, em 1981; Huberman em 1981 e 1983; Chen & Ingersoll Jr. em 1983, Chamberlain & Rothschild em 1995, Shanken em 1982; Dybvig em 1983; Grinblatt & Titman em 1983; Stambaugh em 1983 e Ingersoll em 1984, entre outros.

⁸⁹ “*Capital Asset Pricing Model (CAPM) introduced by SHARPE, LINTNER, and MOSSIN and later modified by BLACK. [...] in the CAPM, the systematic risk of an asset is defined to be the covariability of the asset with the market portfolio, whereas, in the APT, the systematic risks are defined to be the covariability with not only one factor but also possibility with several factors.*” [CHO (1984,p.1485) – trad. livre].

⁹⁰ CAMPBELL *et alii* (1997, p220), trad. livre.

os retornos das ações fossem gerados, não por um simples índice de mercado, mas por mudanças não esperadas em k fatores econômicos como nível de produção industrial, inflação, prêmios de risco, estrutura de prazos das taxas de juros, etc.^{91 92}

Outra diferença entre o CAPM e o APT está na covariância: enquanto no CAPM o risco sistêmico é definido como a co-variabilidade entre o ativo e a carteira de mercado, no APT, o risco sistêmico é definido como a co-variabilidade com não apenas com um fator, mas possivelmente com vários outros fatores.

Quanto às virtudes e deficiências, entre outros, o APT foi testado e recebeu estudos favoráveis de Roll & Ross, Chen, Hughes, Brown & Weinstein; e estudos contrários, de Reinganum, Dhrymes, Friend e Gultekin.⁹³

TABELA 3 - PRESSUPOSTOS DO MODELO APT

O modelo APT parte dos seguintes pressupostos:	
1	os investidores buscam os retornos temperados com risco;
2	os investidores são avessos ao risco e buscam maximizar sua riqueza final;
3	investidores podem emprestar e tomar emprestado a taxa livre de risco;
4	não existem atritos de mercado tais como custos de transações, tributos ou restrições por baixo volume de negociação.

FONTE: HARRINGTON (1987, p.193) Adaptado.

No APT não se fazem quaisquer presunções sobre a distribuição dos retornos dos ativos, o que não implica que os investidores tomem decisões com base em média e variância.

⁹¹ BOWER *et alii* (1998, p. 78).

⁹² ROLL & ROSS (1995).

⁹³ "There were studies by ROLL & ROSS [1980], CHEN[1983], HUGHES[1981], and BROWN & WEINSTEIN[1983] in support of the APT, and studies by REINGANUM[1977] and DHRYMES, FRIEND & GULTEKIN[1982] not in support of the APT." [CHO (1984, p.1486). Substituídos números de referência originais pelos anos de publicação e suprimidos na trad. livre].

Já a problemática presunção do CAPM sobre a normalidade dos retornos não é necessária para o desenvolvimento do APT.⁹⁴

O modelo APT na decisão estratégica das carteiras envolve a escolha do grau desejável de exposição aos riscos econômicos fundamentais que influenciem ambos: retornos de ativos e organizações.⁹⁵

Quanto aos métodos quantitativos associados, foram encontrados três enfoques:

O primeiro enfoque, denominado análise fatorial, permite os analistas separarem os fatores observando variações comuns aos retornos dos diferentes ativos. Começa pelo cálculo das correlações entre os retornos diários de uma ação e cada uma das outras. Depois são formados grupos de ações altamente correlacionadas entre si, não com os outros grupos.⁹⁶ Sua fórmula possui a estrutura abaixo:

$$R_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^n F_j \cdot b_{ij} + e_i \quad [22]^{97}$$

onde: R_i é o retorno para o ativo i ; α_i é uma constante; b_{ij} é sensibilidade do ativo i ao fator j ; (beta) F_j é o primeiro fator, representando a variação comum nos retornos dos ativos; e_i é a variação nos retornos que são atribuíveis especificamente ao ativo i . Maiores detalhes podem ser encontrados em MARDIA *et alii*(1979, pp.255-273) e em SCHOR *et alii*(2001).

⁹⁴ “The APT does not make any assumption about the returns from assets. It does not require that investors make decisions on the basis of mean and variance, and the troubling CAPM assumption about normalcy of returns is not necessary for the development of APT.” [HARRINGTON (1986, p.193) trad. livre]

⁹⁵ “The APT approach to the portfolio strategy decision involves choosing the desirable degree of exposure to the fundamental economic risks that influence both asset returns and organizations.” [ROLL & ROSS (1995), trad. livre].

⁹⁶ “The first approach, called factor analysis, allows analysts to isolate factors by observing common variations in the returns of different securities.... We begin by computing the correlations between the daily returns of each stock and the returns on every other stock. Then we seek out groups consisting of stocks that are highly correlated with each other but not with the stocks outside the group.” [KRITZMAN(1993, p.12-13) - Trad livre].

⁹⁷ CAMPBELL et alii (1997,p.234) adaptada, ou KRITZMAN(1993, p.14).

O segundo enfoque é o da análise de componentes principais, segundo o qual são procuradas o menor número de combinações lineares de componentes que possam ser usados para resumir os dados, perdendo-se com o processo, o mínimo de informações possível.⁹⁸

Se x é um vetor aleatório com média μ e matriz de covariâncias Σ , então a transformação de componentes principais é

$$x \leftarrow y = \Gamma'(x - \mu). \quad [23]$$

onde Γ , a matriz de carga, é ortogonal, $\Gamma'\Sigma\Gamma = \Lambda$ é diagonal e $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \lambda_p \geq 0$. A estrita positividade dos autovalores λ_i é garantida se Σ é definida positiva...⁹⁹ O método de Análise de Componentes Principais obedece a fórmula:

$$R_i = \alpha + \sum_{j=1}^n \lambda_j b_{ji} + e_i \quad [24]^{100}$$

onde: R_i é o retorno do ativo i ; α é uma constante; λ_j é o retorno marginal do atributo j ; b_{ji} é o atributo j do retorno i (beta); e_i é o componente não explicado do retorno do ativo. Detalhes sobre análise de componentes principais vide MARDIA *et alii* (1979, pp.213-246).

Segundo KRITZMAN (1993), um terceiro enfoque, denominado regressão linear em secção cruzada, exige que se defina um conjunto de atributos de ativos que meçam a exposição a um fator em evidência para depois determinar se as diferenças entre os retornos correspondem ou não às diferenças dentro destes atributos de ativos.¹⁰¹ A contribuição dos criadores do método, FAMA & MACBETH (1973), trazem maiores detalhes como um

⁹⁸ “More generally, principal component analysis looks for a few linear combinations which can be used to summarize the data, losing in the process as little information as possible.” [MARDIA(1979,p.213) trad. livre].

⁹⁹ “... If x is a random vector with mean \mathbf{m} and covariance matrix \mathbf{S} , then the principal component transformation is the transformation $x \rightarrow y = \mathbf{G}'(x - \mathbf{m})$ where \mathbf{G} is orthogonal, $\mathbf{G}'\mathbf{S}\mathbf{G} = \mathbf{L}$ is diagonal and $\mathbf{L}_1 \geq \mathbf{L}_2 \geq \dots \geq \mathbf{L}_p \geq 0 \dots$ ” [MARDIA(1979, p.214) – trad. livre].

¹⁰⁰ MARDIA et alii (1979, p.214)

¹⁰¹ “The second approach, called cross-sectional regression analysis, requires that we define a set of security attributes that measure exposure to an underlying factor and determine whether or not differences across security returns correspond to differences in these security attributes...cross-sectional regression analysis

exemplo de aplicação para o modelo CAPM. SHANKEN (1992) apresenta uma aplicação para o modelo APT.¹⁰²

Considerados os tais modelos, mesmo que se possam utilizar estimadores robustos de modo superar os problemas causados pela não gaussianidade, permanece o emprego comum da correlação e da covariância pelos diversos métodos. Dada a afinidade entre a correlação produto momento de Pearson e o estimador dos betas em regressão de mínimos quadrados - isolando-se a correlação na fórmula [15] e comparando o resultado com a fórmula [35] - e considerando-se os apêndices C2 e C3, pelo transparece, salvo o emprego de outros artifícios técnicos, ambos enfoques parecem estar sujeitos a males em comum.

requires us to specify the sources of return covariation and challenges us to affirm that these sources do indeed correspond to differences in return." (KRITZMAN, 1993, p.12 e p.14, trad. livre).

¹⁰² Há semelhanças entre tal enfoque e a análise de componentes principais, pois sua fórmula em KRITZMAN(1993,p.14) é a mesma fórmula [24].

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 MÉTODOS, UTILIDADE, DIFICULDADES E LIMITAÇÕES DE EMPREGO

Foi utilizado o método científico com análise estatística dos dados coletados. É elementar que se deva reconhecer que o uso algumas técnicas sobre os valores dos retornos negociados em bolsa equivale a analisar instantâneos, ou, simples quadros de um longo filme que ainda está e vai continuar em movimento, e que, com passar do tempo, pode sofrer variações das mais diversas ordens.

Há evidências de que os retornos de ativos em bolsas de valores não sejam normalmente distribuídos, o que poderia ter provocado distorções caso tivessem sido feitas inferências relativas aos métodos característicos da estatística clássica.

Adicionalmente, conforme foi evidenciado por STOKIE (1982), há possibilidade de se encontrar significativo número de casos ou observações com valores zero, em decorrência da não comercialização. Há dúvidas se para tal pesquisa teriam, ou não, sido lançados zeros para os valores faltantes.

Existem evidências de que seja usual a ocorrência de um número significativo de observações faltantes devido à baixa frequência de comercialização entre ações negociadas nas bolsas de valores. Uma análise dos retornos pertencentes aos percentis inferiores de frequência de comercialização ou uma amostra composta, na qual eles participem significativamente, implicaria uma pesquisa com significativo número de valores faltantes: para se reconstituir uma fotografia multi-fragmentada com ausência de alguns ou muitos pedaços, tal possível reconstituição sujeita os dados originais à inserção de uma discutível tendência pessoal para a escolha do método para um possível preenchimento dos valores faltantes, como a escolha da técnica ou critério mais adequado de interpolação. Uma incerteza seria se a fonte teria por base o comportamento do mercado ou o comportamento específico da ação? Para solucionar o problema de uma análise com valores faltantes, usualmente é considerada a atribuição de valores faltantes por interpolação. No entanto, persistem incertezas: se a interpolação fosse feita com base no mercado, possivelmente teriam sido inseridas tendências, como se a ação em questão tivesse significativa e direta correlação ou

co-variação com ele, o que poderia não ser verdade; se fosse adotado um caminho alternativo, através da interpolação com base no comportamento dos retornos da própria ação, permaneceria a incerteza: se houvesse um longo hiato, tais valores muito provavelmente seriam tendenciosos ou crescentemente imprecisos, pois tenderiam a não refletir as influências de outros fatores facilmente determináveis ou não.

3.2 UNIVERSO, AMOSTRA E OS DADOS

O universo de pesquisa corresponde às cotações de fechamento diário das ações pertencentes às empresas abertas e que foram negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo entre julho de 1994 e agosto de 2001. No processo de coleta foram ponderadas as limitações, foi decidida a utilização de um critério de coleta: das ações com frequência de comercialização superior ao nonagésimo quinto percentil. Assim, com eventualidade de até 5% de valores faltantes, não haveria a necessidade de atribuição de valores para os mesmos e ao mesmo tempo haveria um limite para o erro.

Tendo em conta que se procuram casos de não validade das teorias, para tentar refutá-las foi escolhida uma metodologia de amostragem direcionada: a melhor amostra para a qual a Teoria dos Mercados Eficientes e o Teorema do Limite Central seriam mais válidos: as mais frequentemente comercializadas, considerando-se, para cada variável, um erro máximo aceitável de 5%, por omissão de resposta da realidade, ou seja, a proporção de valores faltantes.

Os dados foram obtidos, sob encomenda, na administração da Bovespa. Primeiramente foram recebidos arquivos de cotações diárias e respectivas remunerações para todas ações comercializadas na data para o período de janeiro de 1994 a agosto de 2001. Os primeiros dados obtidos diretamente da Bovespa, eram compostos por oito planilhas, uma para cada ano, totalizando cerca de 415 mil registros de todas negociações no período, organizadas por dia e por lançamentos de fechamentos diários das ações negociadas em cada pregão. Continham as variáveis: data de pregão, nome de empresa, tipo de ação, cotação no fechamento, quantidade comercializada, e tamanho de lote negociado para o período.

Através da nona planilha, foram obtidos os índices Bovespa “Ibovespa” diários do período. Com a décima, as informações sobre mudanças ocorridas nos critérios composição da carteira de mercado, o índice Bovespa. Na Fundação Getúlio Vargas foram consultadas as

cotações do IGP-DI. A completa descrição de origens e conteúdos recebidos pode ser vista no apêndice A1.

3.3 TRATAMENTO DOS DADOS

Na etapa de tratamento preliminar, primeiramente foram conferidos os arquivos com relação a valores faltantes e valores inconsistentes, "*Outliers*", com o tipo de variável. Foram fundidas as oito primeiras planilhas com a nona em um sistema de banco de dados, tendo sido importadas as variáveis incomuns das oito primeiras planilhas em relação à nona de acordo com a chave única "data de pregão" da nona. Composta a base de dados resultante, foram concatenadas as variáveis: "nome de empresa" e "tipo de ação" com retirada de caracteres dispensáveis e geração da variável "ação". Também foram gerados os valores unitários da variável cotação, pela sua uniformização, através da divisão do valor de lote pelo tamanho do mesmo.

Assim, conforme a tabela 4 do apêndice A3, considerando-se todas as ações negociadas em 1778 dias de pregão, incluindo-se várias ações de cada empresa, caso atendessem ao critério, foram selecionadas 122 diferentes ações de empresas após terem sido classificadas em ordem decrescente de frequência de comercialização para cada um dos anos: de 1994 a 2001. Foram selecionadas as que pertenciam ao nonagésimo quinto percentil. Assim, foi estabelecido o critério de tratamento para os valores faltantes: os dias em que não houve comercialização de ações foram contados e quando ultrapassaram 5% causavam o expurgo da respectiva ação. As ações negociadas em pelo menos 95% dos dias de pregão de cada ano do período em estudo estão listadas no apêndice A3. Quando uma mesma ação de uma mesma empresa teve participação nas selecionadas por mais de um ano, seus valores para cada ano eram adicionados à seqüência já existente, assim ocorreram casos de uma ação ter formado uma amostra com valores observados de vários anos sem que fosse denominada como uma ação diferente. Tais ocorrências contribuíram para aumentar o poder de decisão dos testes empregados e a qualidade da regressão, quanto às mesmas ações.

Foi gerada a planilha de trabalho com a transposição dos registros originais da disposição linha por linha em formato "data-empresa-ação-valor-lote-quantidade comercializada" para o formato em que as variáveis fossem a data da cotação, o nome da ação, para a qual as observações eram os valores unitários das cotações para os respectivos

dias de pregão, também foi calculada a variação diária do índice bovespa “VARBOVESPA”:

$$\text{VARBOVESPA} = \left[\frac{\text{Ibov}_t}{\text{Ibov}_{t-1}} \right] - 1, \quad [25]$$

onde Ibov_t índice bovespa no fechamento do dia, Ibov_{t-1} índice Bovespa no fechamento do dia anterior.

A partir da variável “VARBOVESPA” foram criadas as variáveis auxiliares “FASC” e “FDESC”, para capturar somente a variação positiva e negativa do índice Bovespa respectivamente e para as quais foram lançadas respectivamente as variações positivas e negativas do índice bovespa, ou “espaço em branco”, em caso contrário. Considerando-se o estudo de um eventual efeito da variação dos retornos no fechamento do índice da Bolsa sobre a variação dos retornos individuais dos ativos e vice-versa, com base nas variáveis auxiliares FASC e FDECL, foi gerada a variável auxiliar denominada “SELEÇÃO”. Para sua formação, os conteúdos das variáveis anteriores foram classificados em quatro grupos de dados por períodos, de acordo com o comportamento do índice BOVESPA: para as “altas continuadas” foram lançados “A”, no caso variável FASC do dia ter sido ascendente, tendo a FASC do dia anterior tenha sido ascendente (diferente de zero); para as “baixas continuadas”, “D” no caso da variável FDECL do dia ter sido descendente, tendo a FDECL do dia anterior também ter sido descendente (diferente de zero); e, inflexão: “T” para os dois casos anteriores quando a condição do dia anterior não tenha sido verdadeira. Assim, foi considerada continuada a fase que apresentou os mesmos comportamentos por dois ou mais dias subsequentes.

Adicionalmente, com base em uma décima planilha, a qual continha as alterações de carteiras de mercado, foi criada uma variável versão do Índice Bovespa, “VERINDICE”, a qual foi originada com base nas informações complementares sobre mudanças nos critérios de composição da carteira de mercado, ou índice Bovespa. Salvo mudanças extraordinárias, dentro de cada ano foram observados períodos fixos de janeiro até o final de abril, de maio ao final de agosto, e de setembro até o final de dezembro. Assim, ela possui um valor para cada período cujas variáveis tivessem mesma composição e mesmos pesos. Tal recurso objetivou garantir a consistência do índice em análises.

Para proceder à unificação do poder aquisitivo da moeda ou deflacionamento, foram incorporados à planilha de trabalho os valores mensais do índice IGP-DI de 1994 a

2001. Os índices de preços IGP-DI mensais foram convertidos para IGP-DI diário calculado (“DEFLATOR”) para cada dia de negociação através da fórmula:

$$t_{(d,m)} = t_{m-1} (1 + t_m)^{d/n_i} \quad [26]$$

onde: $t_{(d,m)}$ é o deflator para o dia d do mês m' ; t_{m-1} é o deflator acumulado até o último dia do mês anterior; t_m é o IGP-DI do mês m ; d é o dia do mês; e n_i é o número de dias do mês m ; $t_0=1$.

Finalmente, foram calculados os retornos percentuais das ações sobre os comportamentos dos pregões anteriores houve o cálculo do retorno diário simples, como se tratavam de retornos diários, foram adotadas as fórmulas de retornos simples sem pagamento de dividendos:

$$RDS_i = \left[\frac{P_i}{P_{i-1}} \right] - 1 \quad [27]^{103}$$

ou , quando aplicável, com pagamento de dividendos:

$$RDS_i = \left[\frac{(P_i + D)}{P_{i-1}} \right] - 1 \quad [28]$$

para i variando de 1 até $n-1$, onde n é o número de elementos da amostra, P_{i-1} e P_i correspondem à cotação unitária da ação no dia $i-1$ e i respectivamente.. Para o retorno do primeiro dia de cada mês foi obtido considerando-se o preço da última comercialização do mês ou ano anterior.

Uma décima planilha recebida, continha a relação de proventos pagos para cada tipo de ação, as informações complementares a cerca dos proventos pagos por algumas ações,

¹⁰³ CAMPBELL et alii (1997, p.12).

no tange aos eventuais desdobramentos (*split*) e agrupamentos(*merge*) de ações.^{104 105} Para os casos pertinentes, os valores unitários foram multiplicados e divididos os retornos do período pelo fator de desdobramento ou incorporação respectivamente. Quanto aos reflexos devido aos dividendos programados e efetivamente pagos por ações, foram considerados os valores médios dos dividendos em proporção decrescente retroativa, pagos para o período compreendido entre pagamento de dividendos anterior e o atual. Quando inexistentes os registros de pagamentos anteriores de dividendos ou quando foram omitidos os períodos de aplicação dos mesmos foi considerado o período de um ano. Em suma, foram geradas séries de valores históricos corrigidos para as ações e séries de valores históricos corrigidos descontados os proventos para as que tiveram remuneração adicional.

$$P_i^* = P_i - D \left(\frac{t-n}{t} \right) \quad [29],$$

onde P_i^* é o preço unitário corrigido do dia , P_i é o preço unitário do dia, D é o valor de dividendo por ação, t é o período de remuneração retroativa em dias (365 por omissão), n é o número de dias de remuneração de dividendos a partir do primeiro. O ajuste de dividendos foi aplicado substituindo-se os preços ajustados para o dia, e para o dia anterior de [29] nos respectivos preços do dia e preços do dia anterior da fórmula [27].

Foi analisada a alternativa de utilização da apuração de retornos compostos pela aplicação de logaritmos pela fórmula de retornos capitalizados:

$$R = \text{Log}[P_{i-1}] - \text{Log}[P_i] \quad \text{ou,} \quad [30]^{106}$$

$$R = \text{Log}[P_{i-1} + D] - \text{Log}[P_i]. \quad [31]^{107},$$

¹⁰⁴ Não foram considerados os direitos de subscrição, caso sejam julgados importantes, podem ser encontrados na Economática.

¹⁰⁵ É importante se observar a possível existência de eventuais casos cujos efeitos de truncamento na casa decimal possa gerar mensurações irreais, por exemplo: para uma variação mínima de valor de 0,010 para 0,011 (variação de 10 por cento) e terem sido computadas variações sobre valores truncados na segunda casa decimal: 0,01 para 0,02 (variação de cem por cento). Sugere-se que a Bovespa crie mecanismos para impedir tais imprecisões.

¹⁰⁶ CAMPBELL et alii (1997, p.11).

com i variando de 1 até $n-1$, onde n é o número de elementos da amostra; Log é o logaritmo do valor entre parêntesis; P_{i-1} e P_i correspondem à cotação unitária da ação no dia $i-1$ e i respectivamente. O logaritmo é usualmente aplicado para neutralizar o efeito tendência secular dos preços ou para eliminar o “efeito funil”,¹⁰⁸ mas quando aplicado sobre os valores causa mudanças na curtose e na assimetria da curva do fenômeno em estudo, o que não é interessante neste estudo. Também não foi considerada a capitalização de juros dos retornos entre um dia e outro, tal procedimento teria gerado uma torção nos perfis dos gráficos de assimetria e curtose, justamente alguns dos importantes fatores em estudo.

3.5 ESPECIFICAÇÃO DE PESQUISA

Foi focado o aspecto não temporal, não obstante importância do enfoque temporal, e de ser essa a costumeira apresentação natural dos preços de ações, é justamente o primeiro enfoque, o mais utilizado na estimação dos betas, seja para o modelo CAPM ou para o APT.

Preliminarmente, com objetivo de obter uma análise mais completa, inclusive com o emprego das variações da carteira de mercado Bovespa, foram construídos os gráficos das variações percentuais diários do índice Bovespa ao longo do tempo para cada um dos anos em estudo conforme mostra o apêndice B1. Posteriormente foram procedidos os cálculos de estatísticas descritivas como valor máximo, valor mínimo, média aritmética, coeficientes de assimetria e curtose para os retornos de cada ação (apêndice B2).

A Seguir, foi empregado o teste de amplitudes relativas (*studentized range*) para verificar a hipótese das ações nas fases descritas apresentarem contornos excessivos, ou “*fat-tails*”, em relação à distribuição normal. Para todas as ações em cada uma das fases, foram os valores das amplitudes e os mesmos foram divididos pelo desvio padrão. Os valores resultantes foram comparados com os valores tabelados em DAVID et alii(1954). Caso o valor calculado tenha ultrapassado o valor tabelado para o mesmo “numero de observações”

¹⁰⁷ CAMPBELL et alii (1997, p.12).

¹⁰⁸ “...On the notion of dispersion of price changes should depend upon absolute price levels (for an empirical justification, see Moore (1962)), and logging prices tends to compensate such effect[...] A funnel effect in which the price variations tend to enlarge with increasing price levels. But logarithmic transformations that tend to compensate for funnel effects (by stabilizing the variances) are well known (cf. Eisenhart (1947))...” [Press(1967, p.318). adaptado: números de referência substituídos pela data de publicação].

ou, se inexistente, tenha ultrapassado o valor tabelado com um numero de observações imediatamente superiores, houve a aceitação da hipótese de se tratar de uma “*fat-tail*” (H1). Para os casos em que o valor calculado tenha sido menor do que o vizinho superior tabelado, porém maior do que o valor para n inferior foi procedida uma interpolação linear para estimar o valor tabelado exato e usar o mesmo critério anterior para se decidir. Caso o calculado tenha ficado aquém do limite inferior tabelado decidiu-se pela rejeição da hipótese de se tratar de uma “*fat-tail*”. Os valores calculados para todas as fases foram listados no apêndice B3 ;

Ainda foi adotado um outro teste complementar ao primeiro que pode decidir sobre normalidade, mas que não é capaz de identificar uma “*fat-tail*”: o Shapiro-Wilk. No apêndice B4 foram listados os cálculos das probabilidades de rejeição da hipótese de normalidade para cada fase inclusive a global, ao final foi feito um quadro com os resultados no qual as ações e fases para as quais foi aceita a hipótese de normalidade foram apresentadas com números “um”.

No apêndice B5, entre os recursos visuais empregados para se confirmarem decisões anteriores foram empregados os gráficos *qqplot*, os quais permitiram uma identificação, ou diferenciação embora um pouco abstrata da normalidade. Quanto mais coincidiram os pontos da amostra com as retas traçadas, mais normalmente distribuídas foram consideradas as amostras. Ainda no apêndice B5, após os gráficos *qqplot* para as várias ações, foram destacados os gráficos *qqplot* para as ações cujos totais tiveram a hipótese de normalidade aceita pelo teste anterior. Adicionalmente, um outro recurso que permite a visualização dos contornos da distribuição dos valores é o gráfico de densidade. Assim, ainda foram traçados os gráficos de densidade para as frequências de cada ação pesquisada.

Por último, no apêndice seis, para complementar as análises, foram apresentados os resultados dos grupos de resultados comuns para a regressão quantílica. Foram traçados os gráficos entre os resíduos das regressões quantílicas das variações nos retornos diários das ações selecionadas *versus* as variações diárias do índice bovespa. As retas das separatrizes 5%, 10%, 25%, 50% (mediana), 75%, 90% e 95% foram diferenciadas: além de podem ser observadas ao se acompanhar o eixo dos y de baixo para cima respectivamente, as retas referentes aos percentis mais baixos estão em tons cinza mais claro e os superiores mais perto do preto. Foi traçado um último grupo de regressões quantílicas para as variáveis que foram consideradas como normalmente distribuídas pelo teste Shapiro-Wilk.

4 RESULTADOS

Uma análise visual dos gráficos de comportamento do índice Bovespa versus períodos anuais permite concluir que existe a presença do efeito Joshep, com menores ou maiores variações dependendo do ano. Com destaque para o ano de 1999, de fevereiro em diante houve um período em que a variação do índice foi significativamente menor comparativamente aos outros anos.

A análise de normalidade via testes de Shapiro-Wilk rejeitou a hipótese de normalidade para as ações nas fases de mercado exceto para as relacionadas na tabela do apêndice B4. Em termos absolutos (total), porém foram aceitas as hipóteses de normalidade para as ações: Bicicletas Caloi PNB, Ipiranga PN, Siderúrgica Tubarão PNB, Teka PN, TeleCentro Leste Sul PN, Tele Centro Oeste ON, Tele Nordeste Celular ON e Tele Norte Celular PN.¹⁰⁹ As proporções de aceites da hipótese de normalidade foram de 26/122, 29/122, 17/122 e 8/122 para as fases ascendentes, descendente, inflexão e total.

Quanto aos resultados das estatísticas descritivas, a assimetria média das selecionadas foi de 0,976 e a curtose excessiva média foi de 12,21.¹¹⁰ indicando que uma carteira igualmente ponderada com tais ações mais negociadas não teria distribuição normal, sobretudo, devido ao excesso de curtose. Uma ordenação de assimetria e curtose excessiva em ordem decrescente, produziu uma relação na qual os nomes das últimas sete ações, com menores assimetrias e curtoses excessivas, coincidem com os nomes das ações para as quais o teste Shapiro-Wilk não conseguiu rejeitar a hipótese de normalidade.

Os testes de amplitude relativa permitiram identificar distribuições “*fat-tail*” para 67,21% dos casos na fase ascendente 57,38% dos casos na fase descendente, 75,41% dos casos na fase de inflexão e 86,89% dos casos na fase total. No entanto, contraditoriamente ao fato de que a distribuição normal não é “*fat-tail*” e vice-versa, foram observados onze casos -

¹⁰⁹ Observe-se a existência de quatro empresas da área de telefonia. Poderia ser feito um estudo para avaliar se sua normalidade poderia ser fruto da influência da intervenção governamental.

¹¹⁰ Os parâmetros aceitáveis são assimetria perto de zero e curtose excessiva também perto de zero (excessiva pois é calculada em relação ao valor 3 (três). Ver KRITZMAN (1994).

um deles para a totalidade dos retornos de uma ação: Ipiranga Part PN – nos quais os testes Shapiro-Wilk aceitaram as hipóteses de normalidade e os testes de amplitude relativa não rejeitaram as hipóteses de serem “*fat-tail*”.

Uma análise dos gráficos qqplot das distribuições de valores para as fases: ascendente, declínio, inflexão e total evidência, igualmente, para um número significativo de casos de expressivos vestígios de valores excessivos nas caudas dos gráficos para todas as ações exceto as cujo teste de Shapiro-Wilk aceitou a normalidade. Não obstante tais aceitações da hipótese de normalidade por parte do teste Shapiro-Wilk, não houve decisão predominante de normalidade para as distribuições de valores dos retornos em cada uma das fases do mercado, o que confirma as hipóteses de normalidade para todas as fases. Uma outra análise conjunta via teste Shapiro-Wilk e visualmente via *qqplot* dos casos que aceitaram a normalidade das três primeiras fases sugere que o maior número de casos de normalidade entre as três primeiras fases se deveu à sensível diminuição do número de casos observados em relação aos totais, os quais teriam contribuído para rejeitar a hipótese de normalidade dos respectivos casos totais. Mesmo assim, foi possível observar vestígios de valores extremos que fugiam à reta em todos os onze casos.

Uma classificação dos resultados de regressão quantílica gerados através de gráficos de comportamento do Índice Bovespa ou termômetro de mercado versus cada uma das retas de regressão para os diversos percentis considerando os valores estimados produziu sete grupos de ações com comportamentos similares entre si, cujo critério de classificação observou prioritariamente as tendências dos valores extremos, ou seja, as regressões para o 95^o. percentil e para o 5^o. percentil; a tendência do conjunto de retas e os comportamentos das regressões internas, entre elas principalmente a mediana ou 50^o. percentil.¹¹¹ de acordo com semelhanças nas tendências de comportamento, foram assim classificados os grupos:

Grupo 1: ações com tendência de crescimento dos maiores retornos e aumento dos valores negativos dos menores retornos, quando o mercado sobe. Para estas ações há um

¹¹¹ As ações para as quais os testes anteriores não refutaram a hipótese de comportamento normalmente distribuído estão destacadas em negrito.

aumento da variância quando o mercado sobe: Acesita ON, Acesita PN, Aracruz PNB, Cemig ON, Copel PNB, CRT PNA, Eletropaulo PN, Emae PN, Light ON, Lojas Americanas PN, Magnesita PNA, Paulista de Força e Luz ON, Petrobrás ON, Refripar PN, Siderúrgica Tubarão PN, Tele Centro Sul PN, Tele Centro Sul ON, Tele Norte Celular ON, TeleBahia PNA, **Tele Centro-Oeste PN**, Telemig Part. PN, Triken PN, Vale Rio Doce ON, Vale Rio Doce PNA e VCP PN.

Grupo 2: ações com tendência de crescimento dos maiores retornos e diminuição dos valores negativos dos menores retornos diários, com retornos intermediários constantes ou decrescentes, quando o mercado sobe: Cesp ON, Chapecó PN, Confab PN, Embratel ON, Ger Tietê PN, Império PN, Klabin PN, Lojas Arapuã PN, Met Barbará PN, Minupr PN, Petrobrás BR PN, **Tele Nordeste ON**, Telemar ON, Transp. Paulista PN.

Grupo 3: ações com tendência de aumento dos maiores retornos, diminuição dos valores negativos dos menores retornos e com retornos intermediários decrescentes quando o mercado sobe: Caemi PN, Cerj ON, Petrobrás PN, Telemig Part ON, Telesp Celular ON.

Grupo 4: ações com tendência de alta dos maiores retornos, tendência de diminuição dos valores negativos dos menores retornos e sensível aumento dos retornos intermediários, quando o mercado sobe: Banespa ON, Banespa PN, Bardela PN, Belgo Mineira PN, **Bicletas Caloi PNB**, Bombril PN, Brasil ON, Brasil PN, Cemig PN, Cesp PN, Ceval PN, Cofap PN, Copel ON, Cosipa PNB, Eletrobrás ON, Eletrobrás PN, Embratel PN, Epte PN, Estrela PN, Fertibrás PN, Forja Taurus PN, Fosfértil PN, Frigobrás PN, IAP PN, Lojas Americanas PN INT, Plascar Part. PN, Sadia S/A PN, **Teka PN**, TeleCentroLeste ON, Tele Leste Cel. PN, **Tele Norte Cel. PN**, Telepar PN, Telerj ON, Telesp ON, Telesp ON Ant, Telesp PN Ant, Unipar PNB.

Grupo 5: ações com tendências de alta dos maiores retornos, estabilidade dos menores retornos com retornos centrais estáveis, quando o mercado sobe: Eberle PN, Ferroligas PN, Transp. Paulista ON.

Grupo 6: ações com tendências de queda dos maiores retornos, diminuição dos valores negativos dos menores retornos, com diminuição da variância quando o mercado sobe: Acesita ON INT, Acesita PN INT, Coelce PNA, Comgás PN, Cosipa PN, Duratex PN, Ericsson PN, Gerasul ON, Gerasul PNB, Light Part ON, Paranapanema PN, Randon Part. PN,

Sharp PN, Siderúrgica Nacional ON, **Sid. Tubarão PNB**, Telebrás ON, Telebrás PN, Teleleste Cel ON, Telemar PN, Tele Nordeste PN, Telepar Cel. PNB, Telerj PN, Telesp Cel. Part. PN.

Grupo 7: ações com tendências de queda dos maiores retornos, e aumento dos valores negativos dos menores retornos quando o mercado sobe: Aquatec PN, Artex PN, Celesc PNB, CRT Cel. PNA, GloboCabo PN, Inepar PN, **Ipiranga Petr. PN**, Perdigão PN, Rhodia-Ster ON, Ripasa PN, Samitri PN, Telecentroeste PN, **TeleCentroOeste ON**, Telesp Cel PN, Varig PN.

5 DISCUSSÃO

Quanto às proporções de aceites da hipótese de normalidade por parte do teste Shapiro–Wilk, foram de : 26/122, 29/122, 17/122 e 8/122 para as fases ascendentes, descendente, inflexão e total respectivamente. Considerando que o número de elementos da amostra da fase total corresponde à soma dos elementos das outras fases, a proporção de casos de normalidade em relação ao total mostra que as rejeições da hipótese de normalidade parecem estar associadas às aplicações dos testes Shapiro-Wilk sobre um maior número de elementos.

Os testes de amplitude relativa permitiram identificar distribuições “*fat-tails*” para 67,21% dos casos na fase ascendente 57,38% dos casos na fase descendente, 75,41% dos casos na fase de inflexão e 86,89% dos casos na fase total. Como no caso anterior, considerando que o número de elementos da amostra da fase total corresponde à soma dos elementos das outras fases, as proporções de “*fat-tails*” em relação ao total são evidências de que as aceitação da hipótese de serem “*fat-tails*” parecem estar associadas aos testes de Amplitude Relativa sobre um maior número de elementos. Considerando que a distribuição normal não é uma “*fat-tail*” e *vice-versa*, tal conclusão contrasta com a do Shapiro-Wilk. No entanto, foram observados onze casos de diagnósticos contraditórios de gaussianidade, pelo Shapiro-Wilk, com “*fat-tail*”, pelo teste de amplitude relativa. Suspeitou-se que tais diagnósticos contraditórios possam ser consequência de eventual falha em algum dos testes. Uma análise das mesmas amostras usando o qqplot apresentou rastros evidenciando tendências de frequências excessivas nas caudas (“*fat-tails*”) para os casos. As regressões quantílicas aplicadas aos dados dos oito casos de normalidade, os quais foram aceites pelo teste Shapiro-Wilk, apresentaram pequenas alterações nas tendências de comportamento, sobretudo da mediana, durante as fases de baixa e alta de mercado. Portanto, há indícios para se acreditar que a aceitação da hipótese de normalidade do comportamento seja temporária e atribuível ao acaso.

Uma análise de gráficos de resultados de 122 regressões quantílicas entre as ações e o índice de mercado Bovespa, permitiu classificar as ações em sete diferentes grupos, de acordo comportamento comum dos percentis extremos durante as fases de alta e baixa do mercado. Para as ações do grupo 1, há um aumento da variância quando o mercado sobe, implicando em maiores ganhos e maiores perdas quando a bolsa sobe, os quais diminuem

quando ela desce. Quando o mercado sobe, as ações do grupo 2 apresentaram tendência de crescimento para os maiores retornos e diminuição dos valores negativos dos menores retornos diários, com retornos intermediários constantes ou decrescentes, implicando um aumento dos maiores retornos com os menores tendendo à constância. Na alta do mercado as ações do grupo 3 apresentam tendência de aumento dos maiores retornos, diminuição dos valores negativos dos menores retornos e com retornos intermediários decrescentes. Quando o mercado sobe, as ações do grupo 4 apresentam tendência de alta dos maiores retornos, tendência de diminuição dos valores negativos dos menores retornos e sensível aumento dos retornos intermediários. Quando o mercado sobe as ações do grupo 5 apresentam tendências de alta dos maiores retornos, certa estabilidade dos menores retornos com retornos centrais também estáveis. Nas altas do mercado, o grupo 6: sofre uma diminuição da variância geral ou seja, diminuição dos ganhos dos maiores retornos e diminuição das perdas dos menores retornos. Finalmente, para o grupo 7, durante as fases de alta de mercado suas ações apresentam tendências de queda para os maiores retornos, e aumento dos valores negativos dos menores.

A qualidade de uma análise depende da qualidade e quantidade de matéria prima, existem alguns fatores a considerar: da análise do comportamento do índice Bovespa, considerando-se o que dizem LEMGRUBER et alii (2000), que na Bovespa existe significativa influência dos dias da semana no nível dos retornos diários. Assim, caso sejam extraídas duas amostras: para cálculos dos betas: a primeira em que sejam colhidos valores somente nas segundas feiras e em outra amostra sejam colhidos os valores das quartas-feiras, será provável que os betas das duas estimações sejam significativamente distintos. É notório que uma grande quantidade de valores poderá produzir mais informações do que uma amostra com uns e outros valores bastante espaçados. Mas, quais seriam os comportamentos dos retornos instantâneos em relação ao mercado quando o tempo entre coletas tende a zero? O controverso horizonte amostral diário semanal, mensal quadrimestral ou anual entre os praticantes da estimação dos betas, não obstante às evidências de que a não gaussianidade diminui à medida que aumentam os períodos entre extrações de amostra, tende a não reconhecer ou capturar os eventuais efeitos de recentes e significativas mudanças administrativas nas empresas, gerando betas insensíveis a tais efeitos. Observado o tamanho amostral recomendado, se esta se realizar em mesmos dias da semana ou nos casos em que existam anomalias, um maior horizonte não impedirá a coleta de elementos amostrais durante os efeitos dos períodos ascendentes ou descendentes. Assim, as não linearidades, mesmo

temporárias, e o efeito Joshep (heteroscedasticidades), independentemente poderiam contribuir para a instabilidade dos betas estimados, determinando o baixo coeficiente de determinação ou percentual de incorporação de pontos dos dados observados pela reta de regressão estimada, para o caso de regressão linear simples, o R^2 .

Em caso de se trabalhar com fenômenos com dados significativamente não gaussianos, especialmente com excessos de valores extremos, com evidentes heteroscedasticidades, especialmente se não for viável o expurgo metodológico dos valores considerados como sendo aberrações a exemplo do que pioneiramente propôs Benjamin Pierce em 1852,¹¹² para se alcançar uma maior precisão nas estimações, uma saída é o emprego de métodos robustos de estimação para os betas.

MARKOWITZ definiu uma variável aleatória cujo comportamento, em parte pode sofrer influência da decisão humana. Ou seja, suspeita-se de que o comportamento dos retornos das ações possa sofrer os efeitos, mesmo que parciais, das cascatas de informação,¹¹³ lei da oferta e da procura, ruídos ou boatos especulativos, etc. Fenômenos que, a rigor, não teriam suas ocorrências atribuídas à pura aleatoriedade. Será que o Teorema do Limite Central seria plenamente válido para o caso de um fenômeno matematicamente descrito por uma variável aleatória que possua pelo menos um componente ativo que dependa de decisão e/ou do comportamento humano, com possíveis perturbações da independência entre os retornos ou da convergência dos momentos centrais superiores das distribuições dos mesmos? Com efeito, as evidências caracterizadas pelo efeito Joshep, da não constância da variância ou heteroscedasticidade dos ativos observáveis nos gráficos dos retornos ao longo do tempo, é uma característica de fenômenos governados por distribuições com excessivos valores extremos (“*fat-tails*”) os quais, no caso de aderência à distribuição estável, possui também um Teorema Geral do Limite Central que abrange o TLC dos fenômenos gaussianos, a qual parece mais plausível para o caso.

¹¹² “In 1852, the first proposal of a criterion for the determination of outliers was published by Benjamin Pierce...” STIGLER (1973, p.873).

¹¹³ BIKHCHANDANI et alii (1992,1998), ANDERSON & HOLT (1997) entre outros.

Correntes de pesquisadores têm apresentado evidências quanto à distribuição dos retornos poderem ser representados por distribuições com momentos finitos, como as distribuições t de Student, mas perduram problemas relacionados ao uso da correlação.¹¹⁴ Outra corrente é favorável à mistura de normais ou distribuições estáveis gaussianas.¹¹⁵ Por definição. Mas, parecem eles considerar significativamente importantes as assimetrias dos retornos?

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Foram encontradas evidências do predomínio da não gaussianidade nas distribuições dos retornos ali observados e de sua mais freqüente conformidade com distribuições teóricas com excesso de valores nos extremos, independentemente da fase em que o mercado se encontre, o que equivale dizer que foram rejeitadas todas as hipóteses de normalidade. O comportamento distribucional dos retornos independe da fase do mercado. Recomenda-se o acompanhamento com vistas a avaliar a eventualidade de um caráter temporário ou precário da decisão de aceitação da hipótese de normalidade para as ações que tiveram tal hipótese aceita.

Foram observados onze casos de diagnósticos contraditórios de gaussianidade, pelo Shapiro-Wilk, com “*fat-tail*”, pelo teste de amplitude relativa. Recomenda-se a aplicação de outro teste com mais sensibilidade às “*fat-tails*” para esclarecer a contradição.

Uma análise de gráficos de resultados de 122 regressões quantílicas entre as ações e o índice de mercado Bovespa, permitiu classificar as ações em sete diferentes grupos, de acordo com o comportamento comum dos percentis extremos durante as fases de alta e baixa do mercado. Sugere-se a realização de uma simulação dos efeitos das conclusões e classificações grupais aliada à política aquisitiva convencional. Caso valha o que dizem a teoria do passeio aleatório e a teoria dos mercados eficientes, o perfil de comportamento dos

¹¹⁴ BLATTBERG & GONEDES (1974, 1977).

¹¹⁵ EPPS & EPPS (1976), KON(1984), RICHARDSON & SMITH (1994), entre outros.

grupos tenderia a mudar em curtíssimo prazo.

Na estimação clássica pelos modelos apresentados ainda há ausência da representação das assimetrias, considerando a possibilidade de que as assimetrias positivas e negativas não necessariamente se anulem, especial atenção poderia ser dada àquelas com alta concentração à direita (lucros frequentes), as quais seriam consideradas de grande interesse pelos investidores. Na regressão quantílica é possível visualizar e classificar as ações de acordo com o comportamento dos quantis e identificar visualmente o comportamento das assimetrias.

Para os casos em que as retas de regressão quantílica não puderam ser consideradas paralelas, foi sugerida a existência de valores de betas distintos para os diversos quantis das variações dos retornos condicionados às fases de alta e baixa de mercado. Tais evidências permitem concluir que: considerando as fases de baixa ou de alta do mercado, tanto a regressão linear por mínimos quadrados ordinários centrados na média quanto as demais regressões lineares que possuam estimadores centrados apenas na mediana não são capazes de refletir todos os reais relacionamentos dos retornos (betas) com mercado. As evidências também permitem afirmar que: em função da fase de baixa ou de alta do mercado, pode existir mais de um beta para cada ação, dependendo do quantil de retorno.

Recomenda-se que antes da escolha do procedimento estatístico se estude o universo, as amostras, o perfil distribucional dos dados, conjuntamente com pressupostos dos tais procedimentos, de modo se avaliar com antecedência as possíveis conseqüências associadas a eventuais graus de violação dos pressupostos que dão consistência aos modelos e provas estatísticas, e portanto às conclusões inferidas. É mister se observar que o conceito de consistência aqui referido significa observância aos conceitos e pressupostos que fundamentam cada método ou processo, o que difere consideravelmente do entendimento de consistência ora existente na literatura contábil.

Incentiva-se a realização de estudos futuros que investiguem os efeitos das relações de concentração de clientela, e fornecimento de produtos ou insumos como energia elétrica, combustíveis e embalagens, inclusive os conglomerados, controladas, coligadas, ou simples investimentos, sobre os preços de ações ou seus retornos.

7 BIBLIOGRAFIA

7.1 BIBLIOGRAFIA DE REFERÊNCIA

ANDERSON, L.R. & HOLT, C.A. **Information Cascades in Laboratory**. The American Economic Review. 87,5, pp.847-862, Nashville: dec, 1997

BACHELIER, L. **Theory of Speculation**. PhD Thesis. Faculty of Sciences of the Academy of Paris. (translated by BONESS, A.J.) In Paul Cootner (ed.), **The Random Character of Stock Market Prices**. Cambridge, MA: MIT Press, 1964. 535p.

BADHARINATHI, R. & KOCHMAN, L. **Is it Time to Reconsider Semi-variance?** Atlantic Economic Journal. sep, 1982.

BAI, J. & NG, S. **Tests for Skewness, kurtosis and Normality for Time Series Data**. Disponível na Internet via <http://server.econ.edu/people/ng/papers/unsymm.pdf>. Acesso em 21/09/2001.

BERNSTEIN, Peter L. **Desafio aos Deuses: A Fascinante História do Risco**. Trad. Ivo Karitowsky. 6ª ed. Rio de Janeiro: Campus, 1997. 389p.

BIBBY, J. **The General Linear Model a Cautionary Tale**. in. O'MUIRCHEARTAIGH, C. A. & PAYNE, C. (eds). **The Analysis of Survey Data (Vol2): Model Fitting**. NY: Wiley 1977. pp.35-79 *apud* LEWIS-BECK, M.S. **Applied Regression. An Introduction**. Sage University Paper Series on Quantitative Applications in the Social Sciences, 07, 022, Beverly Hills and London: Sage Publications, 1980. 75p. pp.26-30.

BIKHCHANDANI, S.; HIRSHLEIFER, D.; WELSCH, I. **A theory of Fads, Fashion, Custom, and Cultural Change as Informational Cascades**. Journal of Political Economy, 100, 5, pp.992-1026, oct 1992.

BIKHCHANDANI, S.; HIRSHLEIFER, D.; WELSCH, I. **Learning from the Behavior of Others: Conformity, Fads, and Informational Cascades**. Journal of Economic Perspectives, 12, 3, pp.151-170. summer, 1998.

BLACK, F. **Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing**. Journal of Business, 45 (july), pp. 444-454, 1972.

BLATTBERG, R. & SARGENT, T. **Regression with Non-Gaussian Stable Disturbances: Some Sampling Results**. Econometrica, 39,3, pp.501-510. may, 1971.

BLATTBERG, R.C. & GONEDES, N.J. **A Comparison of Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices**. The Journal of Business, 27,2, pp.244-280, apr, 1974.

BLATTBERG, R.C. & GONEDES, N.J. **A Comparison of Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices:Reply**. The Journal of Business, 50,1, pp.78-79, jan, 1977.

BOWER, D.H.; BOWER, R.S.; LOGUE, D.E. **A Primer on Arbitrage Pricing Theory**. In STERN, J.M. & CHEW JR, D.H. The Revolution in Corporate Finance Malden:MASS Blackwell Pub. Inc. 1998. 514p. pp.78-86.

BOYER, C.B. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, 1974. 488p.

- CAMPBELL, J.W.; LO, A.W.; MACKINLAY, A.C. **The Econometrics of Financial Markets**. Princeton,NJ: PrincetonUniversity Press, 1997. 611p.
- CHAN, L.C.K. & LAKONISHOK, J. **Robust Measurement of Beta Risk**. Journal of Financial Quantitative Analysis. 27 june, 2, pp. 265-282, 1992.
- CHEN, C.L.; MAGHSOODLOO, S.; PARK C.S. **A Method for Approximating Semivariance in Project Portfolio Analysis**. In The Engineering Economist, 37,1, p.38, fall, 1991.
- CHENG,B. **Discussion 11: Jensen's Inequality**. 2000 Disponível na Internet via <<http://www.stat.wisc.edu/~bcheng/st609/609disc11.pdf>> Acesso em:29/09/2002.
- CHO, D.C. **On Testing the Arbitrage Pricing Theory: Inter-Battery Factor Analysis**. The Journal of Finance. 39, 5, pp. 1485-1502. dec 1984.
- CONNOLLY, R.A. **An Examination of the Robustness of Weekend Effect**. The Journal of Financial and Quantitative Analysis, 24, 2, pp.133-169, june 1989.
- COOLEY, W.W.& LOHNES, P.R. **Multivariate Data Analysis**. New York: John Wiley & Sons, 1971.
- COOTNER, P. H. **The Random Character of Stock Market Prices**. Cambridge, MA: MIT Press, 1964.
- CORDEIRO, G. **Cronologia de Alguns Conceitos e Fatos Importantes da Estatística**. Disponível na Internet em <<http://www.est.ufba.br/historia.html>>. Acesso em:04/04/2002.
- CORNELL, B. & DIETRICH, K. **Mean-Absolute-Deviation versus Least-Squares Regression Estimation of Beta Coefficients**. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 13,1,pp.123-131, March, 1978.
- COWLES III, A. & JONES, H.E. **Some A Posteriori Probabilities in Stock market Action**. Econometrica, 5,3, pp.280-294. july, 1937.
- COWLES III, A. **A Revision of Previous Conclusions Regarding Stock Price Behavior** Econometrica, 28, 4, pp.909-915. oct, 1960.
- COWLES III, A. **Stock Market Forecasting**. Econometrica, 12,3/4, pp.204-214. Jul/Oct, 1944.
- COWLES III, A. T. **Can Stock Market Forecasters Forecast?** Econometrica, 1,3, pp.309-324. jul, 1933.
- DAVID, ,H.A.; HARTLEY,H.O.; PEARSON,E.S. **The Distribution of the Ratio, in a Single Normal Sample, of range to Standard Distribution**. Biometrika, 41,3/4, pp.482-493, dec 1954.
- DOORNIK,J.A. & HANSEN, H. **An Omnibus Test for Univariate and Multivariate Normality**. 1994. Disponível na Internet via <http://www.nuf.ox.ac.uk/Users/Doornik/normal2.pdf>. Acesso em: 3/10/2001.
- DUFOUR, J-M. **Notions of Assymptotic Theory**. 2002. Disponível na Internet via <http://www.fas.umontreal.ca/SCECO/Dufour_1999_C_TS_AssymptoticTheory.pdf>. Acesso em:27/04/ 2002.
- EMBRECHTS, P.; MCNEIL, A.; STRAUMANN, D. **Correlation and Dependence in Risk Management: Properties and Pitfalls**. July 1999b. Disponível na Internet via <http://www.defaultrisk.com/pp_corr_14.htm>. Acessado em: 23/04/2002.

EPPS, T.W. & EPPS, M.L. **The Stochastic Dependence of Security Price Changes and Transaction Volumes: Implications for the Mixture of Distributions Hypothesis.** *Econometrica*, 44,2, pp.305-321, mar, 1976.

ERB, C.B.; HARVEY,C.R.; VISKANTA,T.E. **Forecasting International Equity Correlations.** *Financial Analysts Journal*, 50,6,pp.32-44 Charlottesville: nov/dec, 1994.

FAMA, E.F. **Foundations of Finance. Portfolio Decisions and Securities Prices.** NY: Basic Books, 1970. Disponível na Internet via <http://http://gsbwww.uchicago.edu/fac/eugene.fama/research/Foundations%20of%20Finance/> Acessado em:24/10/2001.

FAMA, E.F. & ROLL, R. **Some Properties of Symmetric Stable Distributions.** *Journal of The American Statistical Association*, 63,323, pp.817-836, Sep. 1968.

FAMA,E.F. & MACBETH, J. **Risk Return and Equilibrium: Empirical Tests.** *Journal of Political Economy*, 71, pp.607-636, 1973.

FAMA, E.F. & ROLL, R. **Parameter Estimates of Symmetric Stable Distributions.** *Journal of The American Statistical Association*, 66,334, pp.331-338, Sep. 1971.

FREY, R. & MCNEIL, A.J. **Copulas and Credit Models.** Disponível na Internet via <http://www.math.ethz.ch/~mcneil/ftp/copula-credit.pdf> .Acesso em:21/05/2002.

FRIEDMAN, M. **The Methodology of Positive Economics** In: *Essays of Positive Economics.* Chicago, IL: Chicago University Press,1953.

GLERIA, I. ; MATSUSHITA,R. ; Da SILVA S. **Scaling Power Laws in the São Paulo Stock Exchange.** *Economics Bulletin*, 7, 3, pp.1-12, 2002.

GRIEB, T. & REYES, M.G. **Time-Varying Betas in an Emerging Stock Market: Case of Brazil.** *American Business Review*, pp.118-124 Jan 2001.

HARRINGTON, Diana R. **Modern Portfolio Theory, The Capital Asset Pricing Model & Arbitrage Pricing Theory: A User's Guide.** 2 ed. Englewood Cliffs: N.J. Prentice Hall, 1986. 229p.

HARVEY C.R. **Predictable Risk and Returns in Emerging Markets.** *Review of Financial Studies*, 8, 3, pp.773-816. 1995.

HARVEY, C.R.; ZHOU, G. **International Asset Pricing with Alternative Distributional Specifications.** *Journal of Empirical Finance*, 1,1, pp.107-131, 1993.

HAYS, P.A.; UPTON, D.E.; ABY JR., C.D. **Stability of The Arbitrage Pricing Theory Model Factors.** *Quarterly Journal of Business and Economics*.36,2,pp71-81. Lincoln, spring 1997.

HUBER, P.J. **Robust Statistics.**NY: John Wiley & Sons, 1981. 301p.

HUSCHENS, S. & KIM, J.-R. **A Stable CAPM in the Presence of Heavy-Tailed Distributions.** In FRANKE, J. HÄRDLE, W. STAHL,G. **Measuring Risk in Complex Stochastic Systems** pp.175-187 disponível na Internet via <http://www.xplore-stat.de/ebooks/ebooks.html> Acesso em:30/03/2002.

JARQUE,A.K.; BERA, C.M.; LEE, L.F. **Testing the Normality Assumption in Limited Dependent Variable Models.** *International Economic Review*, 25,3, pp.563-578, oct, 1984.

JORION, P. **Value at risk – A nova fonte de referência para o controle do risco de mercado.** São Paulo: BMF, 1998.

KOENKER, R. **Quantile Regression.** 2000 Disponível na Internet via <<http://www.econ.uiuc.edu/roger>> Acesso em:04/04/2002.

KOENKER,R. & BASSET, G.W. **Regression Quantiles.** *Econometrica*, 46,1, pp.33-50, jan, 1978. Disponível na Internet via <<http://www.econ.uiuc.edu/roger>> Acesso em:04/04/2002.

KOENKER,R. & HALLOCK K.F. **Quantile Regression - An Introduction.** Disponível na Internet via <http://www.econ.uiuc.edu/~roger/research/home.html> A, dec 2000. Acesso em: 04/04/2002.

KON, S.J. **Models of Stock Returns - A Comparison.** *The Journal of Finance*, 39,1, pp.147-165, Mar 1984.

KOWALSKI, C.J. **On the Effects of Non-Normality on the Distribution of the Sample Product-Moment Correlation Coefficient.** *Applied Statistics*, 21,1,pp.1-12. 1972.

KRITZMAN, M. **What Practitioners Need to Know About Factor Methods.** *Financial Analysts Journal*. pp.12-15. Jan/Feb 1993.

KRITZMAN, M. **What Practitioners Need to Know About Higher Moments.** *Financial Analysts Journal*. pp.10-17. Sep/Oct 1994.

LEE, Y-H. **Fisher Information Test of Normality.** *Statistics PhD Thesis (Abstract).* Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998.

LEMGRUBER, E.F.; BECKER, J.L.; CHAVES, T.B.S. **O Efeito Fim de Semana no Comportamento dos Retornos Diários de Índices de Ações.** *Anais do XII Encontro Nacional da ANPAD.* Set 1988. . In COSTA JR.; N.C.A.; LEAL, R.P.C. E LEMGRUBER, E.F. (Org). *Mercado de Capitais.* São Paulo: Atlas, pp.143-151. 2000. 216p.

LEWIS-BECK, M.S. **Applied Regression. An Introduction.** Sage University Paper Series on Quantitative Applications in the Social Sciences, 07, 022, pp.26-30, Beverly Hills and London: Sage Publications, 1980.

MALKIEL,B.G. **A Random Walk Down Wall Street.** NY,NY: Norton, 1983. 285p.

MANDELBROT, B. **The Pareto-Lévy Law and the Distribution of Income.** *International Econometric Review*, 1,2, pp.79-106. may, 1960.

MANDELBROT, B. **The Variation of Certain Speculative Prices.** *The Journal of Business*, 36,4,pp.394-419, oct 1963.

MARDIA, K.V.; KENT, J.T.; BIBBY, J.M. **Multivariate Analysis.** New York: Academic Press, 1979.

MARKOWITZ, H. M. **Portfolio Selection.** *Journal of Finance*, 7, 1, pp.77-91, march, 1952.

MARKOWITZ, H. M. **Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments.** John Wiley & Sons 3rd. edition. NY: 1959.

MARTIN R.D. & SIMIN T. **Robust Estimation of Beta.** Technical Report ? .350 Mar 1999. Department of Statistics. University of Washington Seattle-WA. Disponível na

Internet em <<http://www.stat.washington.edu/www/research/reports/1999/tr350.doc>>
Acesso em:19/04/2002.

MATHWORKS Inc. **Jbtest**. Disponível na INTERNET via
<http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/stats/jbtest.shtml>. Acesso
em:21/9/2001.

MOLES, Peter. **Financial Risk Management 1: A Distance Learning Programme. Sources of Financial Risk and Risk Assessment**. Heriot-Watt University – Master of Business Administration. Disponível na Internet via <http://chigley.ebs.hw.ac.uk/finance/fr/index>. Acesso em:19 de agosto de 2000.

NOLAN, J. **Stable Distributions. Models for Heavy Tailed Data**. 2002. Disponível na Internet via <<http://academic2.american.edu/~nolan/stable/chap1.pdf>> Acesso em:06/09/2002.

OUEDERNI, B.N. & SULLIVAN,W.G. **A semivariance Model for Incorporating Risk into Capital Investment Analysis**. The Engineering Economist, 36,2,pp. 83-106. 1991.

PARZEN, E. **Teoria Moderna de probabilidades y sus aplicaciones**. 2ª ed. México: LIMUSA, 1976.

PRESS, J.S. **A Compound Events Model for Security Prices**. The Journal of Business, 40, 3, pp.317-335, jul 1967.

RICHARDSON, M. & SMITH, T. A. **Test for Multivariate Normality in Stock Returns**. Journal of Business, 66, 2, pp.295-321, april 1993.

RICHARDSON, M. & SMITH, T. **A Direct Test of the Mixture of Distributions Hypotesis: Measuring the Daily Flow of Information**. The Journal of Financial and Quantitative Analysis, 29, 1, pp.101-116, March 1994.

ROLL, R. & ROSS, S.A. **The Arbitrage Pricing Theory Approach to Strategic Portfolio**. Financial Analysts Journal. 51,1,p122. Charlottesville Jan/feb, 1995.

ROLL, R. **R²**. The Journal of Finance, 43,3,. In Papers and Proceedings of the 47th. Annual meeting of Am.Fin .Assoc. Chicago IL, pp. 541-566, Jul 1988.

ROSS, S.A. **The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing**, Journal of Economic Theory, 13 pp.341-60, Dec 1976.

SAMUELSON, P. **Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly**. Industrial Management Review, Spring, 1965.

SCHOR, A.; BONOMO, M.A.; PEREIRA, P.L.V. **Arbitrage Pricing Theory e Variáveis Macroeconômicas. Um Estudo do Mercado Acionário Brasileiro**. Disponível na Internet via <http://pvalls.ibmec.br/artigos/rfin.pdf> Acesso em:08/09/2001.

SHANKEN, J. **On the estimation of Beta-Pricing Models**. Review of Financial Studies, 5 , pp.1-34, 1992.

SHARPE, W.F. **Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk**. Journal of Finance, 19, 3, pp. 425-442, Sep 1964.

SPIEGEL,M.R. **Estatística**. Coleção Schaum. Trad. CONSENTINO,P. São Paulo: McGraw Hill Inc, 1979. 580p.

STOKIE, M.D. **The distribution of Stock Market Returns: Tests of Normality**. Australian Journal of Management. 7 , 2 , pp.159-179, Kensington: Dec, 1982.

STIGLER, S.M. **Simon Newcomb, Percy Daniel, and the History of Robust Estimation 1885-1920.** Journal of American Statistical Association, 68, 344, pp.872-878, dec 1973.

STULZ, R.M. **Recent Developments in the Practice of Risk Management.** Disponível na Internet via <http://www.cob.ohio.state.edu/fin/faculty/stulz/book> Acesso em: 6/2/2002.

TERREL, G.R. **A Fisher Information Test for Pearson-Family Membership.** Statistics Department. Virginia Polytechnic Institute and State University. Proceedings of the Statistical Computing Section. Joint Statistical Meetings, Orlando, Florida, pp.230-234. 1995.

TOBIN, J. **Liquidity Preference as Behavior Toward Risk.** In: The Review of Economic Studies Feb, 1958.

UNITED STATES OF AMERICA - National Institute of Standards and Technology. Statistics Engineering division. **DATAPLOT - Engineering Statistics Handbook.** Disponível na INTERNET via <http://www.itl.nist.gov/div898/hanbook/eda/section3/eda35e.htm>. Acesso em: 21/9/2001.

WORKING, E.J. **Demand Studies During Times of Rapid Economic Change.** Econometrica, 2,2, pp.140-151. Apr 1934.

7.2 BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

ANDERSON, T.W. & DARLING, D.A. **A Test of Goodness of Fit.** Journal of the American Statistical Association, 49, 268, pp.765-769. dec. 1954.

BASSET, G. W. **Some Properties of Least Absolute Error Estimator.** Doctoral Dissertation. University of Michigan. 1974 apud CORNELL, B. & DIETRICH, K. Mean-Absolute-Deviation versus Least-Squares Regression Estimation of Beta Coefficients. The Journal of Financial and Quantitative Analysis, 13, 1, pp.123-131, Mar 1978.

BEKAERT, G.; ERB, C.B.; HARVEY, C.R.; VISKANTA, T.E. **Distributional Characteristics of Emerging Market Returns and Asset Allocation.** Journal of Portfolio Management. pp.102-116, winter 1998.

BLUME, M.E. **On the assessment of Risk.** The Journal of Finance, 26,1, pp.1-10. Mar 1971.

BLUME, M.E. **Betas and Their Regression Tendencies.** The Journal of Finance, 30,3, pp.785-795, June 1975.

BOHRNSTEDT, G.W. & CARTER, T.M. **Robustness in Regression Analysis.** In Costner, H. (ed.) Sociological methodology, pp. 118-146 San Francisco: Jossey-Bass. 1971. apud LEWIS-BECK, M.S. Applied Regression. An Introduction. Sage University Paper Series on Quantitative Applications in the Social Sciences, 07, 022, pp.26-30, Beverly Hills and London: Sage Publications, 1980. 75p.

BOWER, D.H.; BOWER, R.S.; LOGUE, D.E. **Arbitrage Pricing Theory and Utility Stock Returns.** The Journal of Finance, 39,4, pp.1041-1054. Sep 1984.

BURTON, J. **Revisiting the Capital Asset Pricing Model.** Dow Jones Asset Manager (Reprint), pp.20-28, May/June 1998.

CHAN, L.C.K. & LAKONISHOK, J. **Are the Reports of Beta Death Premature?** The Journal of Portfolio Management. pp.51-62. summer, 1993.

CORGEL, J.B. & DJOGANOPOULOS, C. **Equity REIT Beta Estimation**. SCA. Cornell University. First Draft. 1998.

COSTA JR., N.C.A. & O'HANLON, J. **O Efeito Tamanho Versus O Efeito Mês do Ano no Mercado de Capitais Brasileiro: Uma Análise Empírica**. In COSTA JR., N.C.A.; LEAL, R.P.C.; LEMGRUBER, E.F. (Org). Mercado de Capitais. São Paulo: Atlas, pp.152-166. 2000. 216p.

D'AGOSTINO, R.B. & STEPHENS, M.A. (eds). **Goodness-of-Fit Techniques**. Marcel Dekker 1986. (5th. Ed. Blackwell Scientific Pub. 2000). apud THOMSEN, H.F. Anderson-Darling test for Normality S-Plus Code. Software, 13/05/2002.

DIMSON, E. & MARSH, P.R. **The Stability of UK Risk Measures and the Problem of Thin Trading**. The Journal of Finance, 38,3,pp.753-783, june 1983.

ELTON, E.J.; GRUBER, M.J.; URICH, T.J. **Are Betas Best?** The Journal of Finance, 33,5,pp.1375-1384 dec. 1978.

EMBRECHTS, P.; MCNEIL, A.; STRAUMANN, D. **Correlation: Pitfalls and Alternatives**. March 1999a. Disponível na Internet via <http://www.defaultrisk.com/pp_corr_08.htm>. Acessado em: 23/04/2002.

EUBANK JR., A.A. & ZUMWALT J.K. **An Analysis of the Forecast Error Impact of Alternative Beta Adjustment Techniques and Risk Classes**. The Journal of Finance. 34,3,pp.761-776, june 1979.

FAMA, E. F. **Mandelbrot and the Stable paretian Hypothesis**. Journal of Business, 36, pp.420-429, 1963.

FAMA, E. F. **The Behavior of Stock Market Prices**. Journal of Business, 38, pp.34-105, 1965.

FAMA, E. F. **Efficient Capital Markets: Reply**. Journal of Finance, 31,1, pp.143-145, 1976.

FAMA, E. F. **Efficient markets II**. Journal of Finance, 46 (December), pp.1675-1617, 1991.

FAMA,E.F. & FRENCH, K. **The cross-section of Expected Stock Returns**. The Journal of Finance, 47, 2, pp.427-465. june, 1992.

FAMA,E.F. & FRENCH, K. **Size and Book to Market Factors in Earnings and Returns**. The Journal of Finance, 50,1,pp.131-155. mar, 1995.

FAMA,E.F. & FRENCH, K. **Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies**. The Journal of Finance, 51, 1, pp.55-84 mar 1996a.

FAMA,E.F. & FRENCH, K. **The CAPM is Wanted, Dead or Alive**. The Journal of Finance, 51,5, pp.1947-1958 ,dec 1996b.

FAMA,E.F. & ROLL,R. **Parameter Estimates for Symmetric Stable Distributions**. Journal of the American Statistical Association, 66,334,pp.331-338, June, 1971.

FOWLER, D.J. & RORKE, C.A. **Risk Measurement When Shares are Subject to Infrequent Trading: Comment**. " Journal of Financial Economics, 12, pp.279-283, august 1983.

- JENSEN, M.C. **The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964.** The Journal of Finance, 23,2, pp.389-416, Papers and Proceedings of the 26th. Annual Meeting of the Am. Fin. Assoc. Washington, D.C Dec c1967 (May 1968).
- KERLINGER, F.N. & PEDHAZUR, E.J. **Multiple Regression in Behavioral Research** NY: Holt, Rinehart & Winston 1973. apud LEWIS-BECK, M.S. **Applied Regression. An Introduction.** Sage University Paper Series on Quantitative Applications in the Social Sciences, 07, 022, pp.26-30, Beverly Hills and London: Sage Publications, 1980.
- KIM, D. A **Reexamination of Firm Size, Book to Market, and Earnings Price in the Cross-Section of Expected Stock Returns.** Journal of Financial and Quantitative Analysis, 32,4, pp.363-489. Dec. 1997.
- KIM, D. & KON, S. **Alternative Models for the Conditional Heterocedasticity of Stock Return.** In Journal of Business, 67, 4, 1994.
- KLEMKOSKY, R.C. & MARTIN, J.D. **The Adjustment of Beta Forecasts.** The Journal of Finance. 30,4,pp.1123-1128, sep, 1975.
- KRITZMAN, M. **What Practitioners Need to Know About Estimating Volatility.Part 1** Financial Analysts Journal. pp.22-24. Jul/Aug 1991b.
- KRITZMAN, M. **What Practitioners Need to Know About Estimating Volatility.Part 2** Financial Analysts Journal. pp.10-11. Sep/Oct 1991c.
- KRITZMAN, M. **What Practitioners Need to Know About Risk and Return.** Financial Analysts Journal. pp.14-17. June 1993a.
- KRITZMAN, M. **What Practitioners Need to Know About Serial Dependence.** Financial Analysts Journal. pp.19-22. Sep/Oct 1994a.
- KRITZMAN, M. **What Practitioners Need to Know About Uncertainty.** Financial Analysts Journal. pp.17-21. Mar/Apr 1991a.
- LINTNER, J. **The Valuation of Risky Assets: The Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets.** Review of Economics and Statistics, 47, February, pp.13-37, 1965a.
- LINTNER, J. **Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification.** Journal of Finance, December, pp.587-615, 1965b.
- MACKINLAY, A.C.; PÁSTOR, L. **Asset Pricing Models: Implications for Expected Returns and Portfolio Selection.** 1999. Disponível na INTERNET via <http://finance.wharton.upenn.edu/rlwctr> Acesso em:5/9/2001.
- MOSSIN, J. **Equilibrium in Capital Asset Market.** Econometrica, 34, pp.768-783, October, 1966.
- PRATT, Shannon P. **Cost of Capital. Estimation and applications.** New York: John Wiley & Sons Inc, 1998.
- RAO, C. R. **Linear Statistical Inference and it's applications.** NY: John Wiley & Sons, 1973. apud DUFOUR, J-M. **Notions of Asymptotic Theory.** 2002. Disponível na Internet via <http://www.fas.umontreal.ca/SCECO/Dufour_1999_C_TS_Asymptotic_Theory.pdf>. Acesso em:27/04/ 2002.
- ROBERTS, H. **Stock Market 'patterns' and Financial Analysis: Methodological suggestions.** Journal of Finance, pp.1-10 March, 1959.

- ROYSTON, J.P. **An extension of Shapiro and Wilk's W Test for Normality to Large Samples**. Applied Statistics, 31, pp.115-124, 1982.
- SCHWERT, G.W. **Stock Market Volatility**. Financial Analysts Journal pp.23-33. May/June 1990.
- SERRA, E.V.M **Uma Proposta para o Ensino de Mercado de Capitais na Abordagem de Jogos de Empresas**. Dissertação de mestrado. Departamento de Engenharia de Produção. Universidade Federal de Santa Catarina 1997. Disponível na Internet via <http://www.eps.ufsc.br/disserta98/serra/>. Acesso em: 28/09/2001.
- SHAPIRO, S.S. & WILK, M.B. **An analysis of variance test for normality (complete samples)**. Biometrika, 52, pp. 591-611, 1965.
- SHARPE, W.F. **A Simplified Model of Portfolio Analysis**. Management Science, 9, pp.227-293, Jan, 1963.
- STEPHENS, M.A. **Asymptotic Results for Goodness-of-Fit Statistics with Unknown Parameters**, Annals of Statistics, Vol. 4, pp.357-369, 1976.
- STEPHENS, M.A. **EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons**. Journal of the American Statistical Association, 69, pp.730-737, 1974.
- STEPHENS, M.A. **Goodness of Fit for the Extreme Value Distribution**. Biometrika, Vol. 64, pp. 583-588, 1977a.
- STEPHENS, M.A. **Goodness of Fit with Special Reference to Tests for Exponentiality**. Technical Report No. 262, Department of Statistics, Stanford University, Stanford- CA: 1977b.
- STEPHENS, M.A. **Tests of Fit for the Logistic Distribution Based on the Empirical Distribution Function**. Biometrika, 66, pp.591-595, 1979.
- STERN, J.M. & CHEW, D.H. (Eds). **The Revolution in Corporate Finance**. 3rd. ed. Maiden:MASS, Blackwell. 1998, 513p.
- THOMSEN, H.F. **Anderson-Darling test for Normality S-Plus Code**. Software 13/05/2002.
- TORRES, R.; BONOMO, M.; FERNANDES, C. **A Aleatoriedade do Passeio na Bovespa: Testando a Eficiência do Mercado Acionário Brasileiro**. Disponível na Internet via <<http://www.fgv.br/epge/home/PisDownload/402.pdf>> e <<http://www.fgv.br/epge/home/PisDownload/888.pdf>>. Acessados em 01/05/2002.
- TREYNOR, J. **Toward a Theory of the Market Value of Risk Assets**. Manuscrito não publicado, 1961.
- VASICEK, O.A. **A note on Using Cross-sectional Information in Bayesian Estimation of Security Betas**. Journal of Finance. 28,5,pp.1233-1239, Dec. 1973.
- VORKINK, K. **Robust Estimation Techniques Can Help to Explain Asset Pricing Anomalies**. Ph.D. Thesis . University of Rochester. (2000).
- WIGGINS, J.B. **Beta Changes around Stock Splits Revisited**. The Journal of Financial and Quantitative Analysis. 27,4, pp. 631-640, Dec. 1992.
- ZHOU, G. **Asset-Pricing Tests Under Alternative Distributions**. The Journal of Finance. 48,5,pp1927-1942, Dec 1993.

8 APÊNDICES

APÊNDICE A – DADOS

APÊNDICE A1 – Relação de Origens das Informações Recebidas

FONTE: Bovespa recebidas por e-mail

Lote 1: lote contendo relação informações sobre a negociação de cada ação entre 1994 e 2001, inclusive.

Lote 2: lote contendo informações sobre proventos e mudanças como splits merges, dividendos, etc.

Lote 3: lote contendo índice bovespa de 1994 a 2001, inclusive.

Lote 4: lote contendo modificações na composição da carteira do índice Bovespa

FONTE: FGV capturadas em <http://www.fgv.br>

IGPM-DI – Índice Geral de Preços de Mercado- DI – Referente a variações de preços ocorridas entre o início e o final do referido mês.

APÊNDICE A2 - Relação das Variáveis de Pesquisa

DATAPREGAO – Data de realização do pregão. Origem: primeiro lote de informações recebidas.

Q-Quadrimestre ou período com metodologia em comum – Periodicamente, ou em decorrência de variações no seu comportamento, as ações participantes do índice bovespa são reavaliados e são geradas alterações como inclusão e exclusão de ações do índice e mudança nos valores dos respectivos pesos. Original do terceiro lote de informações. Incluída posteriormente.

IBOVESPA – Índice Bovespa. Indicador de mercado conforme critério divulgado pela Bovespa: www.bovespa.com.br. - Original do primeiro lote de informações recebidas.

VARBOVESPA – Variação no índice Bovespa calculada pelo autor.

FASC – Comportamento na fase ascendente – variável criada pela cópia do valor da “Varbovespa” dada a ocorrência do segundo caso seguido de variação ascendente - Calculada pelo autor.

FDECL - Comportamento na fase de declínio - variável criada pela cópia do valor da varbovespa dado a ocorrência do segundo caso seguido de variação descendente - Calculada pelo autor.

SELEÇÃO – Variável de controle – Calculada pelo autor :

- “A”: para ascendente quando FASC é diferente de zero;
- “D”: declínio, quando FDECL é diferente de zero;
- “T”: nem ascendente nem declínio: Quando um declínio se segue a uma ascendência e vice-versa.

DIA – dia do mês: obtido por transformação da data do pregão

DEFLATOR – índice de deflação diário gerado por transformação retroativa composta aos dias, até ao início de cada mês do valor de IGPM-DI. Visa manter constante o poder aquisitivo da moeda.

APÊNDICE A3 - Ações Pesquisadas

TABELA 4 - PERÍODOS E DIAS DE PREGÃO E PERCENTIS CALCULADOS EM DIAS

Período	Dias de Pregão	P(95%)	Dias Pr. Acum.	P.Acum.(95%)
04/07/1994 ? 29/12/1994	124	117.8	124	118
02/01/1995 ? 28/12/1995	245	232.75	369	351
02/01/1996 ? 30/12/1996	248	235.6	617	586
02/01/1997 ? 30/12/1997	249	236.55	866	823
02/01/1998 ? 30/12/1998	246	233.7	1112	1056
04/01/1999 ? 30/12/1999	246	233.7	1358	1290
03/01/2000 ? 28/12/2000	248	235.6	1606	1526
02/01/2001 ? 31/10/2001	172	163.4	1778	1689
Total	1778	1689,1	-	-

Empresa, Tipo de ação e número de dias em que foram negociadas organizada por ano. As demais foram suprimidas.

			TELEPAR	PN	122
			MET BARBARA	PN	121
1994			PETROBRAS	ON	121
			BOMBRIL	PN	120
ACESITA	ONINT	124	EBERLE	PN	120
CEMIG	PN	124	TEKA	PN	120
CHAPECO	PN	124	CERJ	ON	119
COPEL	ON	124	IAP	PN	119
COSIPA	PNB	124	PERDIGAO	PN	119
ERICSSON	PN	124	BELGO MINEIR	PN	118
FORJA TAURUS	PN	124	FERRO LIGAS	PN	118
FOSFERTIL	PN	124	FERTIBRAS	PN	118
LIGHT	ON	124			
PETROBRAS	PN	124	1995		
RANDON PART	PN	124			
SHARP	PN	124	BANESPA	PN	245
SID NACIONAL	ON	124	COSIPA	PNB	245
SID TUBARAO	PNB	124	BRASIL	PN	244
ACESITA	PNINT	123	ESTRELA	PN	242
AQUATEC	PN	123	BRASIL	ON	241
ESTRELA	PN	123	PETROBRAS	PN	237
LOJAS AMERIC	PNINT	123	CESP	PN	236
BIC CALOI	PNB	122	ELETRONBRAS	ON	236
COFAP	PN	122	ELETRONBRAS	PNB	236
FRIGOBRAS	PN	122	LIGHT	ON	236
PAUL F LUZ	ON	122	RHODIA-STER	ON	236
			IMPERIO	PN	235

MINUPAR	PN	235	CONFAB	PN	241
			ERICSSON	PN	241
1996			FERRO LIGAS	PN	241
			PAUL F LUZ	ON	241
COSIPA	PNB	248	PETROBRAS BR	PN	241
CHAPECO	PN	247	TELEBRAS	ON	241
BANESPA	PN	245	TELEBRAS	PN	241
REFRIPAR	PN	244	BRASIL	PN	240
CESP	PN	241	LIGHTPAR	ON	240
CEMIG	PN	240	ACESITA	ON	239
CESP	ON	240	BANESPA	PN	239
ELETROBRAS	ON	240	FOSFERTIL	PN	239
ELETROBRAS	PNB	240	PETROBRAS	ON	239
PAUL F LUZ	ON	240	PETROBRAS	PN	239
PERDIGAO	PN	240	ARTEX	PN	238
PETROBRAS BR	PN	240	BANESPA	ON	238
TELESP	ON	240	BRASIL	ON	238
CERJ	ON	239	CEMIG	PN	238
FERRO LIGAS	PN	239	MET BARBARA	PN	238
PARANAPANEMA	PN	239	CEMIG	ON	237
PETROBRAS	PN	239	LOJAS ARAPUA	PN	237
RHODIA-STER	ON	239			
CEVAL	PN	238	1998		
ERICSSON	PN	237			
PETROBRAS	ON	237	COSIPA	PNB	244
RANDON PART	PN	237	SHARP	PN	242
TELERJ	ON	237	TRIKEM	PN	240
CEMIG	ON	236	CELESC	PNB	238
			CONFAB	PN	238
1997			PETROBRAS	ON	238
			PETROBRAS	PN	238
CERJ	ON	249	COPEL	PNB	237
COSIPA	PNB	249	PETROBRAS BR	PN	237
RANDON PART	PN	249	ARTEX	PN	236
RIPASA	PN	249	CERJ	ON	234
UNIPAR	PNB	249	KLABIN	PN	234
RHODIA-STER	ON	248			
SHARP	PN	248	1999		
CHAPECO	PN	246			
ACESITA	PN	241	CERJ	ON	245
CELESC	PNB	241	EMBRATEL PAR	ON	245
CESP	ON	241	GERASUL	ON	245
CESP	PN	241	SID TUBARAO	PN	245
COELCE	PNA	241	TELE CTR SUL	ON	245

PLASCAR PART	PN	244	CRT	PNA	248
SHARP	PN	244	GLOBO CABO	PN	248
TELEBRAS	ON	244	LIGHT	ON	248
TELEBRAS	PN	244	PETROBRAS BR	PN	248
BANESPA	PN	242	TELEBRAS	ON	248
TRIKEM	PN	242	TELEBRAS	PN	248
ARTEX	PN	241	TELERJ	PN	248
COMGAS	PN	241	INEPAR	PN	247
ACESITA	PN	237	TRIKEM	PN	247
COPEL	ON	237	CESP	ON	246
COPEL	PNB	237	TRAN PAULIST	PN	244
DURATEX	PN	237	CONFAB	PN	243
ELETROBRAS	ON	237	EMAE	PN	243
ELETROBRAS	PNB	237	GER TIETE	PN	243
ELETROPAULO	PN	237	COMGAS	PN	242
EMBRATEL PAR	PN	237	RHODIA-STER	ON	242
GERASUL	PNB	237	VALE R DOCE	PNA	242
LIGHT	ON	237	ARACRUZ	PNB	240
PETROBRAS BR	PN	237	BANESPA	PN	240
SAMITRI	PN	237	CELESC	PNB	240
TELE CTR SUL	PN	237	CRT CELULAR	PNA	240
TELEBAHIA	PNA	237	LOJAS AMERIC	PN	240
TELEMIG PART	PN	237	TELE CL SUL	ON	240
TELEPAR	PN	237	TELE CL SUL	PN	240
TELESP CL	ON	237	TELE CTR OES	ON	240
TELESP CL PA	ON	237	TELE CTR OES	PN	240
TELESP CL PA	PN	237	TELE NORD CL	ON	240
ACESITA	ON	236	TELE NORD CL	PN	240
CELESC	PNB	236	TELEMAR	ON	240
MET BARBARA	PN	236	TELEMAR	PN	240
PETROBRAS	ON	236	BANESPA	ON	239
PETROBRAS	PN	236	BARDELLA	PN	239
TELEMIG PART	ON	236	CESP	PN	239
ARACRUZ	PNB	235	LIGHTPAR	ON	239
EMAE	PN	235	MAGNESITA	PNA	239
KLABIN	PN	235	PLASCAR PART	PN	238
SADIA S/A	PN	235	TRAN PAULIST	ON	238
TELEPAR CL	PNB	235	VALE R DOCE	ON	238
BANESPA	ON	234	VARIG	PN	238
			V C P	PN	236

2000

ACESITA	ON	248
ACESITA	PN	248

2001

ACESITA	ON	172
---------	----	-----

ACESITA	PN	172	CELESC	PNB	164
CAEMI METAL	PN	172	CONFAB	PN	164
CEMIG	ON	172	COPEL	ON	164
CEMIG	PN	172	COPEL	PNB	164
CESP	ON	172	ELETROPAULO	PN	164
CESP	PN	172	EPTE	PN	164
INEPAR	PN	172	IPIRANGA PET	PN	164
LIGHT	ON	172	KLABIN	PN	164
LOJAS AMERIC	PN	172	SID TUBARAO	PN	164
TELE LEST CL	ON	172	TELE NORT CL	ON	164
TELE LEST CL	PN	172	TELE NORT CL	PN	164
TELERJ	PN	172	TELEBRAS	ON	164
TELESP	ONANT	172	TELEBRAS	PN	164
TELESP	PNANT	172	TELEMAR	ON	164
COSIPA	PN	170	TELEMAR	PN	164
BARDELLA	PN	168	TELEMIG PART	ON	164
BANESPA	PN	167	TELEMIG PART	PN	164
TRIKEM	PN	167	TELESP CL PA	ON	164
V C P	PN	167			
ARACRUZ	PNB	164			

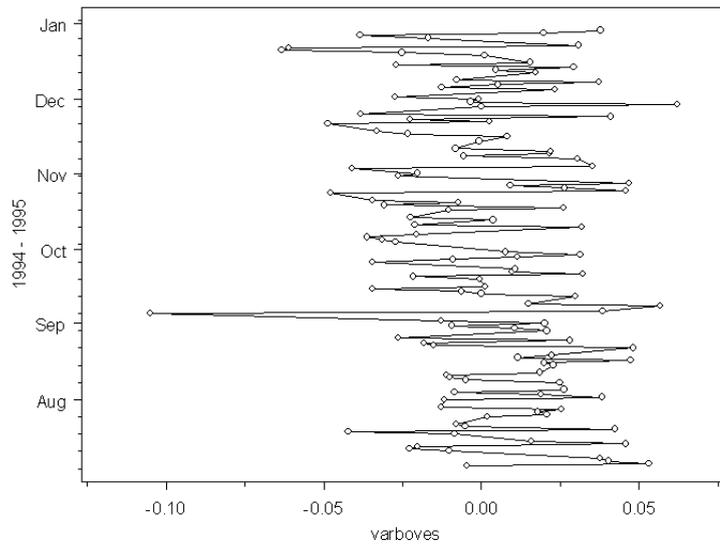
APÊNDICE A4 – Proventos Pertinentes Pagos

CÓDIGO ISIN	DISTR. CÓDIGO	NOME	TIPO	DATA AGE	VALOR - R\$ OU %	INCIDENTE EM	DATA EX
DIVIDENDO							
BRARCZACNPB3	125 ARCZ6	ARACRUZ	PNB	20000414	0,0147229		20000417
BRARCZACNPB3	125 ARCZ6	ARACRUZ	PNB	20000405	0,0885041		20000417
BRARCZACNPB3	126 ARCZ6	ARACRUZ	PNB	20010330	0,1381600		20010402
BRBESPACNOR5	157 BESP3	BANESPA	ON *	20000419	0,2800000		20000420
BRBESPACNPR2	157 BESP4	BANESPA	PN *	20000419	0,3080000		20000420
BRCLSCACNPB7	111 CLSC6	CELESC	PNB	19990809	0,0013200		19990810
BRCLSCACNPB7	112 CLSC6	CELESC	PNB	20000428	0,0005078		20000502
BRCMIGACNOR6	165 CMIG3	CEMIG	ON *	19960429	0,7449000		19960430
BRCMIGACNPR3	165 CMIG4	CEMIG	PN *	19960429	0,7449000		19960430
BRCESPACNPR0	146 CESP4	CESP	PN *	20000505	0,9446753		20000515
BRELPLACNPR6	109 ELPL4	ELETROPAULO	PN *	20010314	1,8865975		20010315
BREMAEACNPR1	101 EMAE4	EMAE	PN *	20010425	0,1017270		20010426
BRKLABACNPR6	45 KLAB4	KLABIN	PN	19991008	0,0106300		19991011
BRKLABACNPR6	47 KLAB4	KLABIN	PN	20001004	0,0330500		20001013
BRKLABACNPR6	49 KLAB4	KLABIN	PN	20010418	0,0253100		20010419
BRLAMEACNPR6	155 LAME4	LOJAS AMERIC	PN *	20000414	0,1917380		20000417
BRLOARACNPR4	102 LOAR4	LOJAS ARAPUA	PN *	19970416	0,2800000		19970417
BRPDGOACNPR2	138 PDGO4	PERDIGAO	PN *	19960228	0,0428888		19960301
BRPETRACNOR9	135 PETR3	PETROBRAS	ON *	19970321	0,4700000		19970324
BRPETRACNOR9	136 PETR3	PETROBRAS	ON *	19970321	0,4996000		19970324
BRSOESACNPR9	127 SOES4	SADIA S/A	PN	19990804	0,0165000		19990805
BRCSTBACNPR8	118 CSTB4	SID TUBARAO	PN *	20010208	0,6908140		20010209
BRTNLPACNOR3	101 TNLP3	TELEMAR	ON *	20000428	0,6766600		20000502
BRTNLPACNOR3	103 TNLP3	TELEMAR	ON *	20010430	0,6812022		20010510
BRTNLPACNPR0	101 TNLP4	TELEMAR	PN *	20000428	0,6766600		20000502
BRTNLPACNPR0	103 TNLP4	TELEMAR	PN *	20010430	0,6812022		20010510
BRTMCPACNOR4	103 TMCP3	TELEMIG PART	ON *	20010430	0,0376600		20010502
BRTMCPACNPR1	103 TMCP4	TELEMIG PART	PN *	20010430	0,0376600		20010502
BRVCPAACNPR2	100 VCPA4	V C P	PN *	20000407	1,1520000		20000410
GRUPAMENTO							
BRESTRACNPR0	141 ESTR4	ESTRELA	PN	19950427	0,0010000	BRESTRACNPR0	19961223
INCORPORACAO							
BRCRGTACNPA5	100 CRGT5	CRT	PNA*	20001228	4.856,4951960	BRTEPRA25PR6	20010102
BRCRGTACNPA5	101 CRGT5	CRT	PNA*	20001228	4.856,4951960	BRTEPRA25PR6	20010109
BRCRRTACNOR1	100 CCRT	CRT CL	ON *	20001128	644,4252342	BRCRTPACNOR3	20001129
BRCRRTACNPA4	100 CCRT	CRT CL	PNA*	20001128	644,4252342	BRCRTPACNPA6	20001129
BRINFMACNPR2	100 INFM4	INEPAR-FEM	PN *	20000728	4.713,0000000	BRINEPACNPR8	20010109

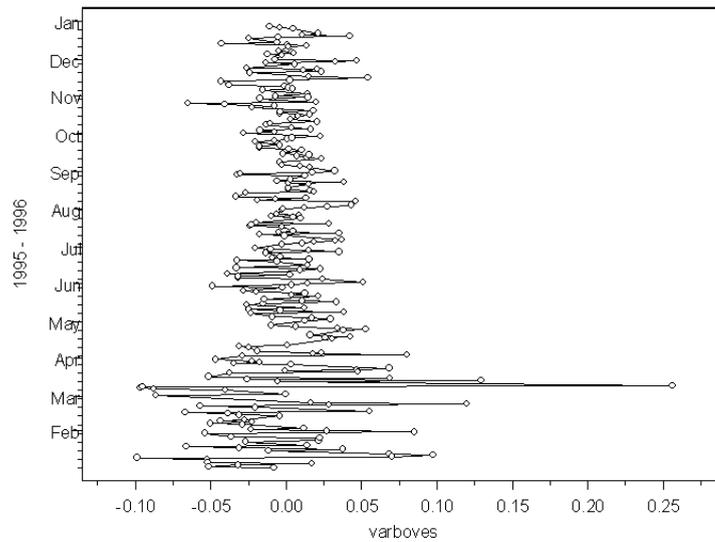
APÊNDICE B – RELATÓRIOS DE PROCESSAMENTO

APÊNDICE B1 –Comportamento do Índice Bovespa

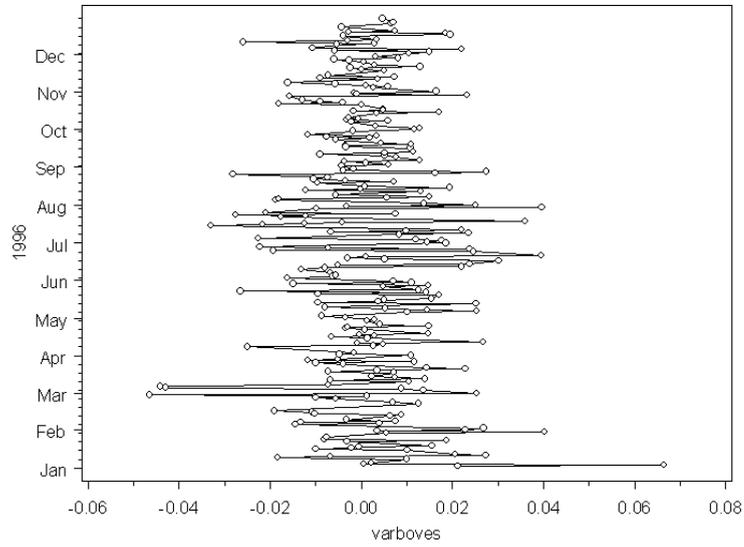
Comportamento do Índice Bovespa Durante o Ano de 1994



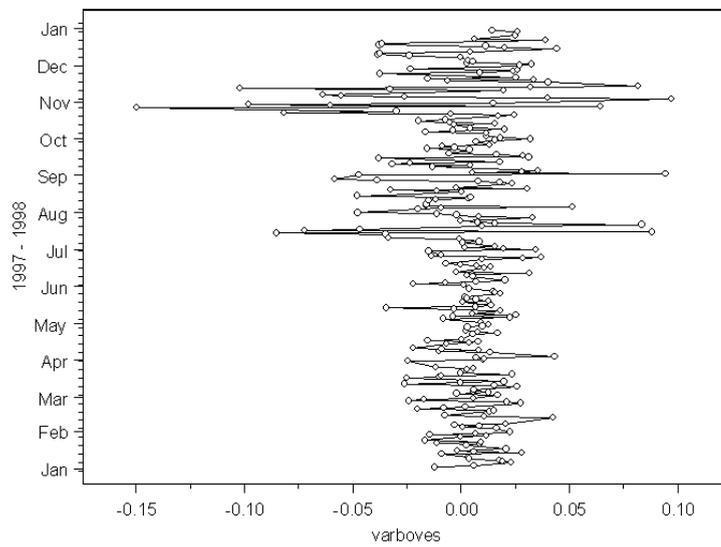
Comportamento do Índice Bovespa Durante o Ano de 1995



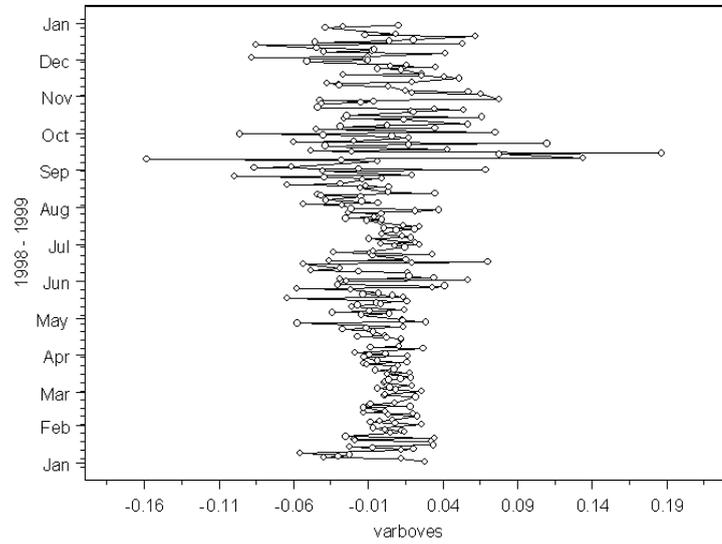
Comportamento do Índice Bovespa Durante o Ano de 1996



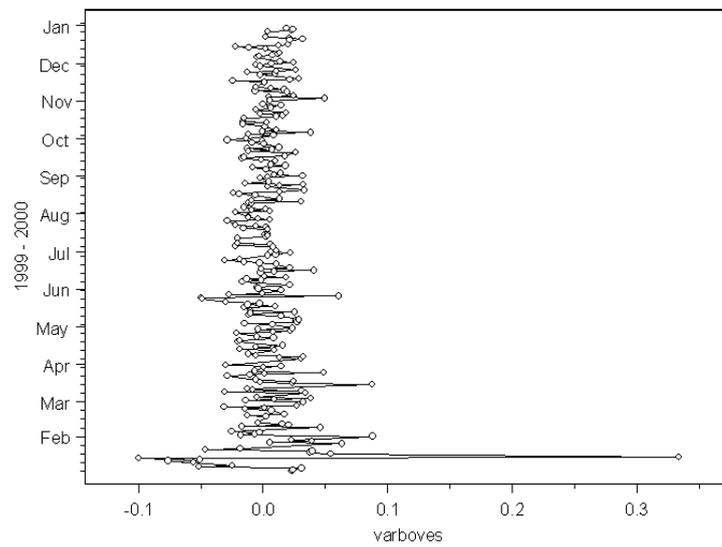
Comportamento do Índice Bovespa Durante o Ano de 1997



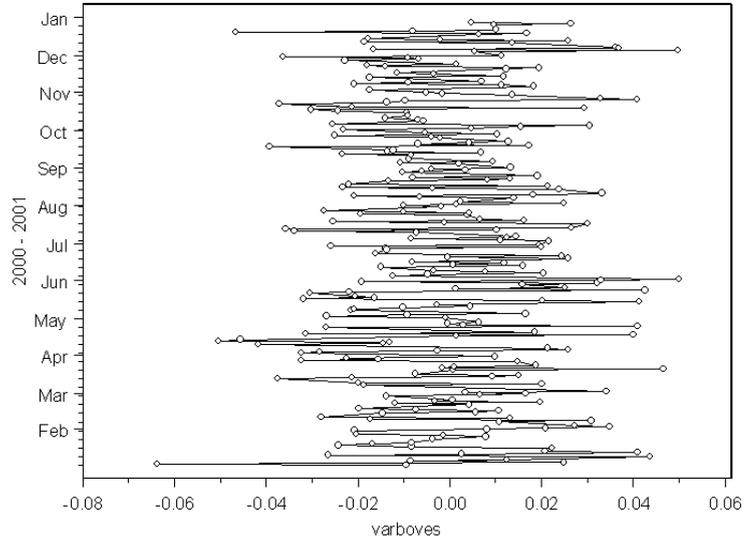
Comportamento do Índice Bovespa Durante o Ano de 1998



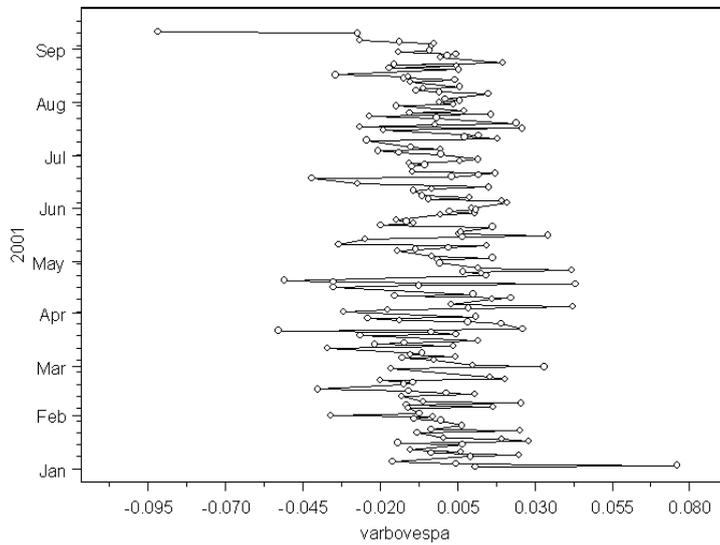
Comportamento do Índice Bovespa Durante o Ano de 1999



Comportamento do Índice Bovespa Durante o Ano de 2000



Comportamento do Índice Bovespa Durante o Ano de 2001



APÊNDICE B2 – Estatística Descritiva

	Descriptive Statistics								
	N	Minim	Maxim	Mean	Std.	Skewness		Kurtosis	
	Stat.	Stat.	Stat.	Stat.	Stat.	Stat	Std. Error	Stat	Std. Error
ACESITON	901	-0,173	0,221	-0,0004	0,0392	1,005	0,081	4,516	0,163
ACEONINT	123	-0,089	0,088	0,0020	0,0235	0,257	0,218	2,621	0,433
ACESITPN	914	-0,137	0,261	-0,0007	0,0385	1,246	0,081	6,018	0,162
ACEPNINT	122	-0,093	0,103	0,0025	0,0308	0,232	0,219	1,292	0,435
AQUATCPN	121	-0,163	0,225	-0,0009	0,0496	0,834	0,22	3,685	0,437
ARACRPNB	649	-0,16	0,437	0,0022	0,0373	2,716	0,096	29,79	0,192
ARTEXPN	718	-0,2	0,428	0,0009	0,0743	1,16	0,091	4,905	0,182
BANESPON	709	-0,184	0,214	0,0044	0,0471	0,443	0,092	2,001	0,183
BANESPPN	1380	-0,216	0,504	0,0017	0,0470	2,148	0,066	19,74	0,132
BARDELPN	408	-0,154	0,1	-0,0003	0,0219	-0,323	0,121	8,763	0,241
BELGOMPEN	112	-0,122	0,136	0,0014	0,0322	0,371	0,228	4,462	0,453
BICALPNB	121	-0,097	0,114	0,0032	0,0411	0,148	0,22	0,115	0,437
BOMBRPN	117	-0,107	0,134	0,0002	0,0387	0,268	0,224	1,46	0,444
BRASILON	481	-0,123	0,149	-0,0005	0,0369	0,472	0,111	2,319	0,222
BRASILPN	490	-0,171	0,199	-0,0004	0,0388	0,333	0,11	3,125	0,22
CAEMIMPEN	171	-0,068	0,083	0,0004	0,0183	0,773	0,186	4,464	0,369
CELSCPNB	1156	-0,189	0,195	-0,0004	0,0378	0,192	0,072	2,403	0,144
CEMIGON	660	-0,156	0,163	0,0017	0,0325	-0,163	0,095	3,67	0,19
CEMIGPN	793	-0,141	0,117	0,0010	0,0291	-0,28	0,087	2,185	0,173
CERJON	1088	-0,334	0,346	0,0024	0,0495	0,665	0,074	8,53	0,148
CESPON	898	-0,184	0,181	0,0017	0,0354	0,033	0,082	3,367	0,163
CESPPN	1146	-0,964	0,317	0,0002	0,0491	-6,18	0,072	131,9	0,144
CEVALPN	244	-0,069	0,084	-0,0008	0,0221	0,486	0,156	1,615	0,31
CHAPECPN	612	-0,182	0,356	0,0029	0,0710	0,941	0,099	2,42	0,197
COELCPNA	234	-0,203	0,165	0,0037	0,0462	-0,208	0,159	2,882	0,317
COFAPPN	119	-0,119	0,077	-0,0024	0,0287	-0,259	0,222	2,84	0,44
COMGASPEN	472	-0,138	0,175	0,0020	0,0398	0,809	0,112	2,333	0,224
CONFABPN	916	-0,143	0,139	0,0001	0,0308	0,223	0,081	2,239	0,161
COPELON	540	-0,114	0,125	0,0026	0,0321	0,359	0,105	1,505	0,21
COPELPNB	661	-0,16	0,408	0,0010	0,0436	1,71	0,095	16,56	0,19
COSIPAPN	169	-0,087	0,22	0,0004	0,0411	1,446	0,187	5,756	0,371
COSIPPENB	1104	-0,239	0,2	-0,0015	0,0434	0,447	0,074	3,329	0,147
CRTCELPNNA	248	-0,149	0,188	0,0032	0,0453	0,47	0,155	1,36	0,308
CRTPNA	248	-0,137	0,118	0,0014	0,0348	0,386	0,155	1,664	0,308
DURATXPEN	246	-0,122	0,159	-0,0021	0,0355	0,48	0,155	3,634	0,309
EBERLEPN	116	-0,252	0,497	0,0254	0,1673	0,456	0,225	-0,245	0,446
ELETRBON	739	-0,163	0,328	-0,0001	0,0470	1,614	0,09	9,324	0,18
ELETRBPN	739	-0,142	0,384	0,0000	0,0483	1,894	0,09	12,18	0,18
ELETRPPEN	419	-0,319	0,291	-0,0039	0,0478	-0,433	0,119	8,557	0,238
EMAEPEN	474	-0,317	0,346	0,0022	0,0689	0,445	0,112	2,774	0,224
EMBTLPON	100	-0,183	0,789	0,0154	0,1199	4,034	0,241	23,04	0,478
EMBTLPEN	107	-0,211	0,555	0,0081	0,0820	2,836	0,234	18,53	0,463
EPTEPN	167	-0,111	0,121	-0,0023	0,0415	0,451	0,188	0,929	0,374
ERICSNPN	609	-0,211	0,288	0,0038	0,0379	0,723	0,099	8,425	0,198
ESTRELPN	360	-0,125	0,161	-0,0039	0,0416	0,452	0,129	1,315	0,256
FERRLIGPEN	579	-0,286	0,399	0,0048	0,1189	0,653	0,102	1,97	0,203
FERTBRPN	114	-0,174	0,207	0,0155	0,0655	0,651	0,226	0,815	0,449
FTAURUPEN	123	-0,13	0,102	-0,0006	0,0357	0,201	0,218	1,029	0,433
FOSFERPN	370	-0,108	0,232	0,0037	0,0307	1,228	0,127	9,329	0,253
FRIGBRPN	119	-0,067	0,096	0,0017	0,0224	1,003	0,222	4,159	0,44

GERSLON	184	-0,185	0,176	-0,0030	0,0481	-0,062	0,179	2,178	0,356
GERSLPNB	184	-0,268	0,183	-0,0035	0,0530	-0,299	0,179	4,381	0,356
GTIETEPN	144	-0,119	0,12	0,0028	0,0379	-0,086	0,202	1,35	0,401
GLOBCBPN	219	-0,154	0,489	0,0160	0,0790	1,767	0,164	6,811	0,327
IAPPN	113	-0,154	0,17	0,0105	0,0525	0,381	0,227	1,517	0,451
IMPERIPN	226	-0,25	0,666	-0,0019	0,0985	1,539	0,162	9,062	0,322
INEPARPN	408	-0,204	13,08	0,0307	0,6500	20	0,121	402,5	0,241
IPIRGPPN	173	-0,112	0,105	-0,0008	0,0341	0,289	0,185	0,607	0,367
KLABINPN	651	-0,129	0,222	0,0013	0,0441	1,155	0,096	4,166	0,191
LIGHTON	1033	-0,181	0,273	-0,0001	0,0365	0,632	0,076	5,464	0,152
LIGHTPON	495	-0,143	0,144	0,0013	0,0333	-0,03	0,11	3,109	0,219
LJAMEPN	421	-0,138	0,197	-0,0002	0,0424	1,03	0,119	2,855	0,237
LJAMPNINT	121	-0,12	0,086	-0,0011	0,0293	-0,301	0,22	2,818	0,437
LJARPPN	247	-0,3	0,149	-0,0047	0,0466	-1,387	0,155	10,19	0,309
MGNSTPNA	248	-0,075	0,091	0,0007	0,0278	0,494	0,155	0,815	0,308
MBARBPN	583	-0,296	0,197	0,0041	0,0431	0,161	0,101	5,328	0,202
MINUPRPN	237	-0,518	9,129	0,0343	0,5992	14,93	0,158	227,6	0,315
PRNPNMPPN	238	-0,092	0,136	-0,0011	0,0228	1,109	0,158	9,158	0,314
PAUFLON	612	-0,11	0,13	0,0022	0,0221	0,98	0,099	5,909	0,197
PERDIGPN	362	-0,329	0,307	0,0013	0,0438	0,363	0,128	16,64	0,256
PETRBRPN	1233	-0,353	0,138	-0,0004	0,0280	-1,626	0,07	24,28	0,139
PETRON	1094	-0,196	0,181	0,0016	0,0294	-0,126	0,074	8,736	0,148
PETRPN	1349	-0,187	0,232	0,0006	0,0287	0,425	0,067	8,621	0,133
PLASCPN	389	-0,14	0,431	0,0040	0,0688	1,935	0,124	8,86	0,247
RANDPPN	607	-0,113	0,185	0,0003	0,0301	1,182	0,099	6,102	0,198
REFRIPPN	237	-0,071	0,157	0,0003	0,0227	1,872	0,158	11,76	0,315
RHODISON	902	-0,251	0,399	-0,0017	0,0525	1,263	0,081	12,2	0,163
RIPSAPN	105	-0,154	0,088	-0,0027	0,0315	-1,576	0,236	8,304	0,467
SADISAPN	244	-0,063	0,091	0,0033	0,0250	0,479	0,156	1,039	0,31
SAMTRIPN	185	-0,119	0,088	0,0008	0,0252	-0,347	0,179	3,7	0,355
SHARPPN	860	-0,167	0,252	0,0012	0,0324	0,768	0,083	7,683	0,167
SIDNACON	123	-0,104	0,074	0,0026	0,0300	0,131	0,218	0,725	0,433
SIDTUBPN	417	-0,557	1,34	0,0298	0,2561	1,448	0,12	4,097	0,238
SIDTBPNB	123	-0,155	0,161	0,0043	0,0663	0,159	0,218	-0,205	0,433
TEKAPN	117	-0,123	0,105	0,0030	0,0408	0,26	0,224	0,372	0,444
TELBAAPNA	244	-0,084	0,2	0,0047	0,0366	1,31	0,156	3,801	0,31
TELBRON	912	-0,4	1,33	0,0068	0,1333	2,04	0,081	15,62	0,162
TELBRPN	912	-0,52	0,666	0,0024	0,0940	0,74	0,081	6,737	0,162
TLCLSON	248	-0,1	0,164	0,0002	0,0450	0,58	0,155	0,36	0,308
TLCLSPN	248	-0,147	0,136	-0,0004	0,0459	0,124	0,155	0,33	0,308
TELCOON	248	-0,13	0,175	0,0053	0,0436	0,122	0,155	0,627	0,308
TELCOPN	248	-0,101	0,209	0,0025	0,0428	1,006	0,155	3,771	0,308
TELCSON	244	-0,14	0,464	0,0046	0,0523	3,337	0,156	25,75	0,31
TELCSPN	244	-0,078	0,414	0,0047	0,0446	3,703	0,156	30,28	0,31
TELLCLON	173	-0,112	0,192	0,0005	0,0458	0,601	0,185	1,944	0,367
TELLCLPN	173	-0,084	0,168	-0,0002	0,0371	0,848	0,185	2,234	0,367
TELMARON	421	-0,113	0,112	0,0000	0,0263	0,315	0,119	4,274	0,237
TELMARPN	421	-0,127	0,112	-0,0004	0,0250	-0,031	0,119	4,457	0,237
TELMGPN	415	-0,266	0,307	0,0039	0,0653	0,925	0,12	4,61	0,239
TELMGPPN	417	-0,115	0,138	0,0016	0,0386	0,465	0,12	1,314	0,238
TELNECON	248	-0,149	0,162	0,0007	0,0470	0,232	0,155	0,69	0,308
TELNECPN	248	-0,131	0,169	-0,0004	0,0452	0,433	0,155	0,877	0,308
TELNOCON	173	-0,15	0,154	0,0010	0,0437	0,281	0,185	2,089	0,367
TELNOCPN	173	-0,099	0,112	-0,0001	0,0342	0,368	0,185	0,57	0,367
TLPACPNB	240	-0,08	0,192	0,0009	0,0372	1,195	0,157	4,439	0,313
TELPARPN	363	-0,112	0,184	0,0034	0,0340	0,715	0,128	2,647	0,255

TELERJON	242	-0,074	0,09	0,0021	0,0251	0,321	0,156	1,476	0,312
TELERJPN	421	-0,087	0,125	0,0005	0,0257	0,81	0,119	4,528	0,237
TELSPCON	244	-0,163	0,339	0,0056	0,0496	2,057	0,156	11,01	0,31
TELSPCPN	417	-0,178	0,326	0,0013	0,0391	1,589	0,12	14,68	0,238
TLSPCPPN	244	-0,131	0,344	0,0049	0,0447	1,872	0,156	13,9	0,31
TELESPON	248	-0,07	0,094	0,0018	0,0212	0,517	0,155	2,056	0,308
TLSPONANT	172	-0,066	0,096	-0,0011	0,0214	0,609	0,185	2,788	0,368
TLSPPNANT	172	-0,075	0,08	0,0011	0,0234	0,505	0,185	1,477	0,368
TRPAULON	223	-0,117	0,233	0,0017	0,0336	2,542	0,163	17,24	0,324
TRPAULPN	248	-0,136	0,359	0,0023	0,0374	4,377	0,155	37,39	0,308
TRIKENPN	893	-0,214	0,528	0,0030	0,0518	2,49	0,082	17,53	0,163
UNIPARPNB	249	-0,134	0,195	-0,0024	0,0378	0,636	0,154	3,576	0,307
CVRDON	240	-0,066	0,134	0,0017	0,0266	0,585	0,157	2,605	0,313
CVRDPNA	248	-0,075	0,103	0,0002	0,0285	0,543	0,155	1,417	0,308
VARIGPN	244	-0,297	0,382	0,0026	0,0663	1,308	0,156	8,682	0,31
VCPPN	417	-0,095	0,113	0,0005	0,0296	0,278	0,12	1,252	0,238

APÊNDICE B3 – Testes de Amplitude Relativa

Amplitude Relativa calculada									
Ação	Ascend.	Descend.	Inflexão	Total					
ACESITON	7,14	6,60	8,86	10,07	GERSLON	6,55	3,98	6,25	7,52
ACEONINT	5,97	4,05	5,04	7,53	GERSLPNB	6,77	4,51	5,93	8,52
ACESITPN	8,56	6,28	9,07	10,33	GTIETEPN	4,09	6,50	5,62	6,30
ACEPNINT	6,39	4,38	4,84	6,38	GLOBCBPN	6,21	5,24	6,24	8,15
AQUATCPN	5,59	4,69	5,78	7,82	IAPPN	4,09	4,40	4,05	6,17
ARACRPNB	12,15	6,85	10,02	15,99	IMPERIPN	7,69	5,12	5,64	9,30
ARTEXPN	7,29	5,92	7,59	8,45	INEPARPN	9,78	6,96	8,59	20,44
BANESPPN	6,64	6,10	8,37	8,44	IPIRGPPN	4,89	4,58	4,57	6,34
BARDELPN	12,13	9,34	13,17	15,32	KLABINPN	6,52	7,52	6,63	7,96
BELGOMPEN	4,70	4,96	6,21	8,00	LIGHTON	7,84	7,26	11,79	12,46
BICALPNB	4,23	4,49	4,71	5,14	LIGHTPON	7,72	7,67	8,05	8,62
BOMBRPN	4,46	4,63	5,44	6,21	LJAMEPN	6,47	5,60	6,43	7,89
BRASILON	7,32	6,11	7,12	7,39	LJAMPNINT	4,09	5,46	5,88	7,06
BRASILPN	6,16	6,28	7,38	9,51	LJARAPPN	8,07	6,29	9,13	9,65
CAEMIMPEN	5,58	4,73	6,69	8,27	MGNSTPNA	4,67	6,08	5,12	5,96
CELSCPNB	7,52	8,45	9,35	10,15	MBARBPN	6,54	9,13	6,63	11,45
CEMIGON	9,69	6,45	8,34	9,82	MINUPRPN	8,13	6,67	5,47	16,10
CEMIGPN	7,68	6,58	7,66	8,85	PRNPMPN	8,02	4,66	8,74	10,01
CERJON	8,48	10,07	11,58	13,73	PAUFLON	7,85	9,43	9,00	10,85
CESPON	8,11	7,62	10,49	10,29	PERDIGPN	11,59	5,66	9,30	14,52
CESPPN	7,44	7,76	22,10	26,11	PETRBRPN	10,42	10,74	15,96	17,53
CEVALPN	5,41	5,25	5,84	6,94	PETRON	12,95	9,17	10,91	12,82
CHAPECPN	5,83	6,66	7,51	7,59	PETRPN	12,30	8,72	11,54	14,59
COELCPNA	6,97	5,95	5,93	7,96	PLASCPPN	7,99	7,69	7,18	8,31
COFAPPN	3,61	4,31	6,28	6,81	RANDPPN	9,43	7,98	9,13	9,88
COMGASPN	6,93	5,90	7,26	7,86	REFRIPPN	8,20	5,94	6,35	10,07
CONFABPN	7,98	7,69	8,29	9,15	RHODISON	10,03	10,55	10,41	12,38
COPELON	6,03	6,42	6,83	7,43	RIPSAPN	5,58	4,96	7,02	7,69
COPELPNB	10,64	9,19	11,64	13,02	SADISAPN	5,75	5,13	5,56	6,15
COSIPAPN	4,54	5,14	7,05	7,47	SAMTRIPN	7,05	4,17	6,14	8,19
COSIPPNB	8,61	6,69	10,36	10,12	SHARPPN	9,21	9,71	10,21	12,93
CRTCELPNA	4,59	5,69	6,30	7,43	SIDNACON	3,80	4,99	4,34	5,96
CRTPNNA	6,59	4,94	5,56	7,34	SIDTUBPN	6,29	5,64	5,93	7,41
DURATXPEN	5,54	7,33	7,59	7,92	SIDTBPNB	4,32	3,90	4,40	4,76
EBERLEPN	3,29	4,31	3,71	4,48	TEKAPN	3,89	4,37	5,73	5,61
ELETRBON	9,06	9,56	9,73	10,43	TELAPNA	5,13	6,08	5,52	7,77
ELETRBPN	8,66	8,91	10,22	10,90	TELBRON	7,78	9,74	7,60	12,98
ELETRPPN	6,54	6,91	11,13	12,76	TELBRPN	7,18	7,32	12,26	12,62
EMAEPN	6,99	5,77	9,37	9,61	TLCLSON	5,27	4,73	5,11	5,87
EMBTLPON	5,20	3,93	5,97	8,11	TLCLSPN	5,49	5,88	5,25	6,15
EMBTLPN	4,42	3,71	6,47	9,33	TELCOON	4,56	4,75	6,89	6,98
EPTEPN	4,63	4,60	5,94	5,60	TELCOPN	4,98	4,68	6,31	7,25
ERICSNPN	9,66	5,73	10,26	13,16	TELCSON	8,75	7,34	7,43	11,56
ESTRELPN	6,50	5,30	6,02	6,88	TELCSPN	7,93	4,68	5,54	11,03
FERRLIGPN	5,45	6,14	4,80	5,76	TELLCLON	4,85	4,69	5,29	6,62
FERTBRPN	4,59	5,11	4,30	5,82	TELLCLPN	4,66	3,88	6,91	6,77
FTAURUPN	3,87	5,03	4,65	6,48	TELMARON	6,67	6,99	8,56	8,53
FOSFERPN	9,06	5,82	7,41	11,10	TELMARPEN	6,77	5,60	9,11	9,57
FRIGBRPN	4,41	5,56	4,98	7,30	TELMGPON	6,87	5,42	8,06	8,78
					TELMGPPN	5,15	6,61	6,43	6,55
					TELNECON	5,70	4,79	5,56	6,63
					TELNECPN	5,02	4,49	5,96	6,65

TELNOCON	5,26	3,47	6,22	6,96
TELNOCPN	4,83	4,71	5,17	6,16
TLPACPNB	5,03	5,01	5,65	7,32
TELPARPN	6,83	4,66	6,66	8,71
TELERJON	5,23	4,31	6,62	6,51
TELERJPN	7,05	6,56	8,40	8,30
TELSPCON	7,72	5,17	8,18	10,13
TELSPCPN	9,53	6,74	7,65	12,88
TLSPCPPN	8,14	6,32	6,78	10,63
TELESPON	5,39	4,98	7,04	7,73
TLSPONANT	5,90	5,19	5,31	7,57
TLSPPNANT	4,48	5,58	6,13	6,61
TRPAULON	7,42	7,27	9,51	10,40
TRPAULPN	8,11	8,30	10,24	13,25
TRIKENPN	9,50	8,05	13,69	14,31
UNIPARPNB	6,74	6,00	5,48	8,70
CVRDON	5,12	5,43	7,13	7,53
CVRDPNA	5,25	5,81	6,22	6,27
VARIGPN	6,84	7,21	9,98	10,24
VCPPN	6,53	5,53	6,37	7,00

APÊNDICE B4 – Testes de Shapiro-Wilk

ACESITON-A W=0.88, p-value=1.368e-13
 ACESITON-D W=0.9598, p-value=1.117e-05
 ACESITON-I W=0.9661, p-value=2.436e-08
 ACESITON-T W=0.9308, p-value=< 2.2e-16
 ACEONINT-A W=0.8998, p-value=0.004539
 ACEONINT-D W=0.9839, p-value=0.9086
 ACEONINT-I W=0.9622, p-value=0.0682
 ACEONINT-T W=0.9582, p-value=0.000766
 ACESITPN-A W=0.8748, p-value=3.553e-14
 ACESITPN-D W=0.9492, p-value=8.687e-07
 ACESITPN-I W=0.9484, p-value=4.414e-11
 ACESITPN-T W=0.9209, p-value=< 2.2e-16
 ACEPNINT-A W=0.8602, p-value=0.0004782
 ACEPNINT-D W=0.9652, p-value=0.4177
 ACEPNINT-I W=0.9723, p-value=0.2053
 ACEPNINT-T W=0.9666, p-value=0.004002
 AQUATCPN-A W=0.8939, p-value=0.003184
 AQUATCPN-D W=0.9802, p-value=0.8177
 AQUATCPN-I W=0.8933, p-value=0.0001279
 AQUATCPN-T W=0.9314, p-value=1.091e-05
 ARACRPNB-A W=0.6805, p-value=< 2.2e-16
 ARACRPNB-D W=0.9594, p-value=0.0001424
 ARACRPNB-I W=0.9396, p-value=3.516e-10
 ARACRPNB-T W=0.8453, p-value=< 2.2e-16
 ARTEXPN-A W=0.9105, p-value=8.45e-11
 ARTEXPN-D W=0.9366, p-value=2.25e-06
 ARTEXPN-I W=0.8605, p-value=< 2.2e-16
 ARTEXPN-T W=0.8938, p-value=< 2.2e-16
 BANESPON-A W=0.9502, p-value=7.227e-07
 BANESPON-D W=0.9731, p-value=0.004657
 BANESPON-I W=0.9432, p-value=4.087e-10
 BANESPON-T W=0.9605, p-value=7.055e-13
 BANESPPN-A W=0.749, p-value=< 2.2e-16
 BANESPPN-D W=0.8807, p-value=4.239e-15
 BANESPPN-I W=0.8266, p-value=< 2.2e-16
 BANESPPN-T W=0.8163, p-value=< 2.2e-16
 BARDELPN-A W=0.8073, p-value=1.282e-09
 BARDELPN-D W=0.8626, p-value=7.08e-09
 BARDELPN-I W=0.9744, p-value=0.0009625
 BARDELPN-T W=0.8985, p-value=7.718e-16
 BELGOMPNA W=0.8631, p-value=0.0006691
 BELGOMPND W=0.8627, p-value=0.002535
 BELGOMPNI W=0.9354, p-value=0.00666
 BELGOMPNT W=0.9116, p-value=1.675e-06
 BICALPNB-A W=0.9174, p-value=0.01557
 BICALPNB-D W=0.9618, p-value=0.3245
 BICALPNB-I W=0.9889, p-value=0.8794
 BICALPNB-T W=0.9847, p-value=0.1882
 BOMBRPN-A W=0.9527, p-value=0.1597
 BOMBRPN-D W=0.9203, p-value=0.0402
 BOMBRPN-I W=0.9716, p-value=0.1993
 BOMBRPN-T W=0.9662, p-value=0.004755
 BRASILON-A W=0.937, p-value=1.076e-06
 BRASILON-D W=0.9708, p-value=0.01704
 BRASILON-I W=0.9341, p-value=5.041e-08
 BRASILON-T W=0.9524, p-value=2.484e-11
 BRASILPN-A W=0.9667, p-value=0.0004809
 BRASILPN-D W=0.9481, p-value=0.0002716
 BRASILPN-I W=0.9238, p-value=5.468e-09
 BRASILPN-T W=0.96, p-value=2.863e-10
 CAEMIMPN-A W=0.9265, p-value=0.01750
 CAEMIMPN-D W=0.9394, p-value=0.01159
 CAEMIMPN-I W=0.9117, p-value=2.890e-05
 CAEMIMPN-T W=0.9193, p-value=3.982e-08
 CELSCPNA W=0.9818, p-value=0.0002611
 CELSCPND W=0.9535, p-value=1.096e-07
 CELSCPNI W=0.9692, p-value=3.246e-09
 CELSCPNT W=0.9707, p-value=1.534e-14
 CEMIGON-A W=0.9113, p-value=9.239e-10
 CEMIGON-D W=0.9536, p-value=9.954e-05
 CEMIGON-I W=0.953, p-value=1.971e-08
 CEMIGON-T W=0.949, p-value=2.574e-14
 CEMIGPN-A W=0.9374, p-value=1.169e-08
 CEMIGPN-D W=0.9703, p-value=0.0008508
 CEMIGPN-I W=0.9748, p-value=4.185e-06
 CEMIGPN-T W=0.9747, p-value=1.788e-10
 CERJON-A W=0.8635, p-value=< 2.2e-16
 CERJON-D W=0.8712, p-value=4.248e-13
 CERJON-I W=0.8713, p-value=< 2.2e-16
 CERJON-T W=0.874, p-value=< 2.2e-16
 CESPON-A W=0.9802, p-value=0.001016
 CESPON-D W=0.9356, p-value=6.363e-08
 CESPON-I W=0.9367, p-value=1.629e-12
 CESPON-T W=0.9548, p-value=5.466e-16
 CESPPN-A W=0.974, p-value=1.147e-05
 CESPPN-D W=0.9499, p-value=3.755e-08
 CESPPN-I W=0.5538, p-value=< 2.2e-16
 CESPPN-T W=0.7069, p-value=< 2.2e-16
 CEVALPN-A W=0.9411, p-value=0.002340
 CEVALPN-D W=0.9403, p-value=0.02012
 CEVALPN-I W=0.968, p-value=0.004183
 CEVALPN-T W=0.9634, p-value=6.922e-06
 CHAPECNA W=0.8982, p-value=1.668e-10
 CHAPECND W=0.9276, p-value=5.362e-06
 CHAPECNI W=0.927, p-value=1.173e-10
 CHAPECNT W=0.9225, p-value=< 2.2e-16
 COELCPNA-A W=0.9014, p-value=3.793e-06
 COELCPNA-D W=0.9379, p-value=0.01802
 COELCPNA-I W=0.9492, p-value=0.0009053
 COELCPNA-T W=0.9418, p-value=4.862e-08
 COFAPPN-A W=0.9299, p-value=0.03105
 COFAPPN-D W=0.8754, p-value=0.002648
 COFAPPN-I W=0.9359, p-value=0.005185
 COFAPPN-T W=0.9308, p-value=1.176e-05
 COMGASPN-A W=0.9523, p-value=0.0001936
 COMGASPN-D W=0.9784, p-value=0.06863
 COMGASPN-I W=0.9576, p-value=2.239e-06
 COMGASPN-T W=0.9585, p-value=2.901e-10
 CONFABPN-A W=0.9586, p-value=7.734e-07
 CONFABPN-D W=0.9657, p-value=2.289e-05

CONFABPN-I W=0.971, p-value=2.033e-07
 CONFABPN-T W=0.972, p-value=2.887e-12
 COPELON-A W=0.9853, p-value=0.1111
 COPELON-D W=0.9655, p-value=0.0023
 COPELON-I W=0.9585, p-value=8.05e-07
 COPELON-T W=0.9732, p-value=2.178e-08
 COPELPNB-A W=0.8476, p-value=1.488e-12
 COPELPNB-D W=0.8888, p-value=9.574e-10
 COPELPNB-I W=0.8636, p-value=5.252e-16
 COPELPNB-T W=0.8703, p-value=< 2.2e-16
 COSIPAPN-A W=0.9725, p-value=0.4978
 COSIPAPN-D W=0.872, p-value=6.462e-05
 COSIPAPN-I W=0.8612, p-value=2.637e-07
 COSIPAPN-T W=0.893, p-value=1.067e-09
 COSIPPNB-A W=0.962, p-value=1.106e-07
 COSIPPNB-D W=0.9629, p-value=3.401e-06
 COSIPPNB-I W=0.9138, p-value=< 2.2e-16
 COSIPPNB-T W=0.9493, p-value=< 2.2e-16
 CRTCELPNA-A W=0.9939, p-value=0.9922
 CRTCELPNA-D W=0.9731, p-value=0.1551
 CRTCELPNA-I W=0.9625, p-value=0.001704
 CRTCELPNA-T W=0.98, p-value=0.001461
 CRTPNA-A W=0.9498, p-value=0.01779
 CRTPNA-D W=0.9775, p-value=0.2642
 CRTPNA-I W=0.9626, p-value=0.001741
 CRTPNA-T W=0.9693, p-value=3.524e-05
 DURATXPN-A W=0.9183, p-value=8.748e-05
 DURATXPN-D W=0.8135, p-value=3.226e-06
 DURATXPN-I W=0.9173, p-value=1.678e-06
 DURATXPN-T W=0.9071, p-value=3.22e-11
 EBERLEPN-A W=0.8767, p-value=0.001988
 EBERLEPN-D W=0.868, p-value=0.001512
 EBERLEPN-I W=0.9128, p-value=0.0007172
 EBERLEPN-T W=0.9082, p-value=7.603e-07
 ELETRBON-A W=0.8548, p-value=1.802e-13
 ELETRBON-D W=0.8941, p-value=2.402e-09
 ELETRBON-I W=0.8372, p-value=< 2.2e-16
 ELETRBON-T W=0.8676, p-value=< 2.2e-16
 ELETRBPN-A W=0.8767, p-value=2.734e-12
 ELETRBPN-D W=0.9035, p-value=8.383e-09
 ELETRBPN-I W=0.8011, p-value=< 2.2e-16
 ELETRBPN-T W=0.8553, p-value=< 2.2e-16
 ELETRPPN-A W=0.9388, p-value=4.47e-05
 ELETRPPN-D W=0.941, p-value=0.0002582
 ELETRPPN-I W=0.8877, p-value=3.240e-11
 ELETRPPN-T W=0.9068, p-value=2.300e-15
 EMAEPN-A W=0.9338, p-value=7.307e-06
 EMAEPN-D W=0.957, p-value=0.001512
 EMAEPN-I W=0.9492, p-value=2.548e-07
 EMAEPN-T W=0.9514, p-value=2.29e-11
 EMBTLPON-A W=0.9795, p-value=0.6726
 EMBTLPON-D W=0.9682, p-value=0.8717
 EMBTLPON-I W=0.6278, p-value=1.121e-09
 EMBTLPON-T W=0.6421, p-value=2.927e-14
 EMBTLPPN-A W=0.9525, p-value=0.09272
 EMBTLPPN-D W=0.7566, p-value=0.000763
 EMBTLPPN-I W=0.719, p-value=1.472e-08
 EMBTLPPN-T W=0.7819, p-value=2.638e-11
 EPTEPN-A W=0.9596, p-value=0.1838
 EPTEPN-D W=0.963, p-value=0.1192
 EPTEPN-I W=0.9691, p-value=0.0521
 EPTEPN-T W=0.9709, p-value=0.001384
 ERICSNPN-A W=0.8523, p-value=4.694e-13
 ERICSNPN-D W=0.9642, p-value=0.002376
 ERICSNPN-I W=0.9126, p-value=8.322e-12
 ERICSNPN-T W=0.91, p-value=< 2.2e-16
 ESTRELPN-A W=0.9702, p-value=0.02493
 ESTRELPN-D W=0.9631, p-value=0.00802
 ESTRELPN-I W=0.9541, p-value=3.129e-05
 ESTRELPN-T W=0.975, p-value=6.926e-06
 FERRLIGPN-A W=0.7811, p-value=5.807e-16
 FERRLIGPN-D W=0.7901, p-value=2.077e-11
 FERRLIGPN-I W=0.8097, p-value=< 2.2e-16
 FERRLIGPN-T W=0.7987, p-value=< 2.2e-16
 FERTBRPN-A W=0.9685, p-value=0.4587
 FERTBRPN-D W=0.9372, p-value=0.09365
 FERTBRPN-I W=0.9032, p-value=0.0003652
 FERTBRPN-T W=0.9564, p-value=0.0009489
 FTAURUPN-A W=0.95, p-value=0.1228
 FTAURUPN-D W=0.9591, p-value=0.2758
 FTAURUPN-I W=0.9367, p-value=0.004654
 FTAURUPN-T W=0.9699, p-value=0.00749
 FOSFERPN-A W=0.7307, p-value=2.928e-14
 FOSFERPN-D W=0.9399, p-value=0.00123
 FOSFERPN-I W=0.9529, p-value=3.05e-05
 FOSFERPN-T W=0.8904, p-value=1.277e-15
 FRIGBRPN-A W=0.7905, p-value=1.685e-05
 FRIGBRPN-D W=0.8382, p-value=0.0005461
 FRIGBRPN-I W=0.9101, p-value=0.000449
 FRIGBRPN-T W=0.8777, p-value=1.848e-08
 GERSLON-A W=0.9256, p-value=0.001603
 GERSLON-D W=0.9161, p-value=0.01104
 GERSLON-I W=0.9633, p-value=0.01143
 GERSLON-T W=0.9659, p-value=0.0001826
 GERSLPNB-A W=0.8309, p-value=1.219e-06
 GERSLPNB-D W=0.9642, p-value=0.3048
 GERSLPNB-I W=0.9524, p-value=0.00219
 GERSLPNB-T W=0.9404, p-value=6.496e-07
 GTIETEPN-A W=0.9726, p-value=0.5923
 GTIETEPN-D W=0.9222, p-value=0.009052
 GTIETEPN-I W=0.9837, p-value=0.4675
 GTIETEPN-T W=0.9808, p-value=0.04053
 GLOBCBPN-A W=0.7683, p-value=2.676e-07
 GLOBCBPN-D W=0.9229, p-value=0.000816
 GLOBCBPN-I W=0.9576, p-value=0.001577
 GLOBCBPN-T W=0.8787, p-value=3.091e-12
 IAPPN-A W=0.9239, p-value=0.02346
 IAPPN-D W=0.9364, p-value=0.1101
 IAPPN-I W=0.9388, p-value=0.008289
 IAPPN-T W=0.9588, p-value=0.001535
 IMPERIPN-A W=0.7187, p-value=1.118e-09
 IMPERIPN-D W=0.8356, p-value=1.639e-06
 IMPERIPN-I W=0.9335, p-value=5.286e-05
 IMPERIPN-T W=0.8388, p-value=1.376e-14
 INEPARPN-A W=0.097, p-value=< 2.2e-16
 INEPARPN-D W=0.8639, p-value=7.156e-09
 INEPARPN-I W=0.9255, p-value=1.498e-08
 INEPARPN-T W=0.0547, p-value=< 2.2e-16
 IPIRGPPN-A W=0.9548, p-value=0.1284
 IPIRGPPN-D W=0.9513, p-value=0.03584

IPIRGPPN-I W=0.983, p-value=0.3330
 IPIRGPPN-T = 0.9894, p-value=0.2258
 KLABINPN-A W=0.8762, p-value=6.608e-11
 KLABINPN-D W=0.9212, p-value=8.878e-08
 KLABINPN-I W=0.9315, p-value=9.38e-11
 KLABINPN-T W=0.9216, p-value=< 2.2e-16
 LIGHTON-A W=0.9601, p-value=7.084e-07
 LIGHTON-D W=0.9818, p-value=0.001925
 LIGHTON-I W=0.9164, p-value=6.466e-16
 LIGHTON-T W=0.9441, p-value=< 2.2e-16
 LIGHTPON-A W=0.9571, p-value=8.636e-05
 LIGHTPON-D W=0.9424, p-value=0.0001027
 LIGHTPON-I W=0.955, p-value=1.792e-06
 LIGHTPON-T W=0.9558, p-value=5.102e-11
 LJAMEPN-A W=0.9605, p-value=0.005487
 LJAMEPN-D W=0.9403, p-value=5.193e-05
 LJAMEPN-I W=0.9243, p-value=7.694e-09
 LJAMEPN-T W=0.9401, p-value=5.49e-12
 LJAMPNINT-A W=0.969, p-value=0.4736
 LJAMPNINT-D W=0.8808, p-value=0.002467
 LJAMPNINT-I W=0.9509, p-value=0.0201
 LJAMPNINT-T W=0.9516, p-value=0.0002647
 LJARAPPN-A W=0.8353, p-value=4.549e-09
 LJARAPPN-D W=0.903, p-value=0.001024
 LJARAPPN-I W=0.7877, p-value=6.885e-11
 LJARAPPN-T W=0.8418, p-value=3.624e-15
 MGNSTPNA-A W=0.9698, p-value=0.1574
 MGNSTPNA-D W=0.9618, p-value=0.03755
 MGNSTPNA-I W=0.9735, p-value=0.01595
 MGNSTPNA-T W=0.9784, p-value=0.0008052
 MBARBPN-A W=0.9767, p-value=0.002124
 MBARBPN-D W=0.8909, p-value=7.663e-08
 MBARBPN-I W=0.9445, p-value=1.817e-08
 MBARBPN-T W=0.94, p-value=1.399e-14
 MINUPRPN-A W=0.14, p-value=< 2.2e-16
 MINUPRPN-D W=0.8868, p-value=2.640e-05
 MINUPRPN-I W=0.9281, p-value=1.808e-05
 MINUPRPN-T W=0.1061, p-value=< 2.2e-16
 PRNPMPN-A W=0.7825, p-value=1.193e-08
 PRNPMPN-D W=0.8173, p-value=7.096e-06
 PRNPMPN-I W=0.7677, p-value=7.635e-13
 PRNPMPN-T W=0.7839, p-value=< 2.2e-16
 PAUFLON-A W=0.8296, p-value=4.43e-14
 PAUFLON-D W=0.7838, p-value=3.536e-12
 PAUFLON-I W=0.854, p-value=8.044e-16
 PAUFLON-T W=0.8394, p-value=< 2.2e-16
 PERDIGPN-A W=0.6573, p-value=4.326e-14
 PERDIGPN-D W=0.9031, p-value=2.899e-05
 PERDIGPN-I W=0.9087, p-value=2.76e-09
 PERDIGPN-T W=0.8091, p-value=< 2.2e-16
 PETRBRPN-A W=0.8735, p-value=< 2.2e-16
 PETRBRPN-D W=0.856, p-value=2.767e-15
 PETRBRPN-I W=0.8039, p-value=< 2.2e-16
 PETRBRPN-T W=0.8325, p-value=< 2.2e-16
 PETRON-A W=0.845, p-value=< 2.2e-16
 PETRON-D W=0.8182, p-value=1.006e-15
 PETRON-I W=0.8351, p-value=< 2.2e-16
 PETRON-T W=0.8371, p-value=< 2.2e-16
 PETRPN-A W=0.8303, p-value=< 2.2e-16
 PETRPN-D W=0.8998, p-value=3.148e-13
 PETRPN-I W=0.8669, p-value=< 2.2e-16
 PETRPN-T W=0.8664, p-value=< 2.2e-16
 PLASCPPN-A W=0.8371, p-value=1.031e-09
 PLASCPPN-D W=0.8157, p-value=4.778e-09
 PLASCPPN-I W=0.9185, p-value=8.329e-09
 PLASCPPN-T W=0.8746, p-value=< 2.2e-16
 RANDPPN-A W=0.8082, p-value=4.521e-15
 RANDPPN-D W=0.8466, p-value=6.49e-10
 RANDPPN-I W=0.8555, p-value=1.492e-15
 RANDPPN-T W=0.844, p-value=< 2.2e-16
 REFRIPPN-A W=0.6712, p-value=5.709e-11
 REFRIPPN-D W=0.7693, p-value=4.311e-07
 REFRIPPN-I W=0.7842, p-value=3.217e-12
 REFRIPPN-T W=0.7494, p-value=< 2.2e-16
 RHODISON-A W=0.7316, p-value=< 2.2e-16
 RHODISON-D W=0.7054, p-value=< 2.2e-16
 RHODISON-I W=0.6927, p-value=< 2.2e-16
 RHODISON-T W=0.7044, p-value=< 2.2e-16
 RIPSAPN-A W=0.6409, p-value=1.185e-08
 RIPSAPN-D W=0.8096, p-value=0.0009237
 RIPSAPN-I W=0.6583, p-value=7.322e-09
 RIPSAPN-T W=0.7054, p-value=3.248e-13
 SADISAPN-A W=0.975, p-value=0.1274
 SADISAPN-D W=0.9617, p-value=0.1259
 SADISAPN-I W=0.9612, p-value=0.001668
 SADISAPN-T W=0.9714, p-value=8.062e-05
 SAMTRIPN-A W=0.8873, p-value=2.403e-05
 SAMTRIPN-D W=0.9532, p-value=0.1531
 SAMTRIPN-I W=0.8869, p-value=1.746e-06
 SAMTRIPN-T W=0.9085, p-value=2.682e-09
 SHARPPN-A W=0.871, p-value=1.569e-14
 SHARPPN-D W=0.8188, p-value=3.804e-14
 SHARPPN-I W=0.9131, p-value=3.263e-14
 SHARPPN-T W=0.8718, p-value=< 2.2e-16
 SIDNACON-A W=0.9368, p-value=0.04943
 SIDNACON-D W=0.8946, p-value=0.005303
 SIDNACON-I W=0.9491, p-value=0.01660
 SIDNACON-T W=0.9452, p-value=7.959e-05
 SIDIUBPN-A W=0.7179, p-value=1.082e-13
 SIDIUBPN-D W=0.7231, p-value=3.117e-12
 SIDIUBPN-I W=0.7962, p-value=1.485e-15
 SIDIUBPN-T W=0.7575, p-value=< 2.2e-16
 SIDIUBPNB-A W=0.9887, p-value=0.9733
 SIDIUBPNB-D W=0.9709, p-value=0.5438
 SIDIUBPNB-I W=0.9436, p-value=0.009329
 SIDIUBPNB-T W=0.9902, p-value=0.5338
 TEKAPN-A W=0.9777, p-value=0.7
 TEKAPN-D W=0.9541, p-value=0.2341
 TEKAPN-I W=0.9736, p-value=0.2760
 TEKAPN-T W=0.9803, p-value=0.08258
 TELBAPNA-A W=0.9411, p-value=0.001411
 TELBAPNA-D W=0.7459, p-value=1.181e-07
 TELBAPNA-I W=0.9461, p-value=0.0001124
 TELBAPNA-T W=0.9113, p-value=7.525e-11
 TELBRON-A W=0.7441, p-value=< 2.2e-16
 TELBRON-D W=0.7096, p-value=< 2.2e-16
 TELBRON-I W=0.7344, p-value=< 2.2e-16
 TELBRON-T W=0.7285, p-value=< 2.2e-16
 TELBRPN-A W=0.7602, p-value=< 2.2e-16
 TELBRPN-D W=0.7299, p-value=< 2.2e-16

TELBRPN-I W=0.72, p-value=< 2.2e-16
 TELBRPN-T W=0.7409, p-value=< 2.2e-16
 TLCLSON-A W=0.9803, p-value=0.4643
 TLCLSON-D W=0.9587, p-value=0.02588
 TLCLSON-I W=0.9764, p-value=0.0293
 TLCLSON-T W=0.9792, p-value=0.001067
 TLCLSPN-A W=0.9771, p-value=0.339
 TLCLSPN-D W=0.9853, p-value=0.6144
 TLCLSPN-I W=0.9933, p-value=0.8216
 TLCLSPN-T W=0.9958, p-value=0.7463
 TELCOON-A W=0.9779, p-value=0.3694
 TELCOON-D W=0.9764, p-value=0.2304
 TELCOON-I W=0.9845, p-value=0.1734
 TELCOON-T W=0.9924, p-value=0.2373
 TELCOPN-A W=0.9852, p-value=0.7032
 TELCOPN-D W=0.9846, p-value=0.5765
 TELCOPN-I W=0.9192, p-value=1.668e-06
 TELCOPN-T W=0.9436, p-value=3.509e-08
 TELCSON-A W=0.6847, p-value=1.425e-11
 TELCSON-D W=0.7458, p-value=1.179e-07
 TELCSON-I W=0.9423, p-value=6.142e-05
 TELCSON-T W=0.7732, p-value=< 2.2e-16
 TELCSPN-A W=0.6032, p-value=4.141e-13
 TELCSPN-D W=0.9781, p-value=0.5151
 TELCSPN-I W=0.9837, p-value=0.1581
 TELCSPN-T W=0.7696, p-value=< 2.2e-16
 TELLCLON-A W=0.9385, p-value=0.0375
 TELLCLON-D W=0.9344, p-value=0.007376
 TELLCLON-I W=0.9764, p-value=0.1246
 TELLCLON-T W=0.9677, p-value=0.0004754
 TELLCLPN-A W=0.9783, p-value=0.6572
 TELLCLPN-D W=0.9676, p-value=0.1756
 TELLCLPN-I W=0.9141, p-value=3.341e-05
 TELLCLPN-T W=0.9614, p-value=0.0001042
 TELMARON-A W=0.8653, p-value=7.312e-08
 TELMARON-D W=0.8604, p-value=3.684e-09
 TELMARON-I W=0.8336, p-value=3.957e-14
 TELMARON-T W=0.8479, p-value=< 2.2e-16
 TELMARPN-A W=0.8176, p-value=1.543e-09
 TELMARPN-D W=0.8796, p-value=2.489e-08
 TELMARPN-I W=0.8322, p-value=3.403e-14
 TELMARPN-T W=0.8487, p-value=< 2.2e-16
 TELMGPON-A W=0.8782, p-value=3.647e-08
 TELMGPON-D W=0.9716, p-value=0.03196
 TELMGPON-I W=0.886, p-value=2.57e-11
 TELMGPON-T W=0.9037, p-value=1.514e-15
 TELMGPPN-A W=0.9368, p-value=3.823e-05
 TELMGPPN-D W=0.9575, p-value=0.003009
 TELMGPPN-I W=0.9805, p-value=0.006167
 TELMGPPN-T W=0.9716, p-value=2.932e-07
 TELNECON-A W=0.9433, p-value=0.009062
 TELNECON-D W=0.9886, p-value=0.8027
 TELNECON-I W=0.9939, p-value=0.8746
 TELNECON-T W=0.9901, p-value=0.08767
 TELNECPN-A W=0.9751, p-value=0.2765
 TELNECPN-D W=0.9833, p-value=0.5058
 TELNECPN-I W=0.9824, p-value=0.1106
 TELNECPN-T W=0.9867, p-value=0.02098
 TELNOCON-A W=0.9653, p-value=0.2807
 TELNOCON-D W=0.9484, p-value=0.02699
 TELNOCON-I W=0.9302, p-value=0.0002086
 TELNOCON-T W=0.9531, p-value=1.627e-05
 TELNOCPN-A W=0.9343, p-value=0.02744
 TELNOCPN-D W=0.9834, p-value=0.6894
 TELNOCPN-I W=0.9898, p-value=0.7537
 TELNOCPN-T W=0.9885, p-value=0.1739
 TLPACPNB-A W=0.9755, p-value=0.1602
 TLPACPNB-D W=0.8522, p-value=2.958e-05
 TLPACPNB-I W=0.9723, p-value=0.0145
 TLPACPNB-T W=0.9251, p-value=1.147e-09
 TELPARPN-A W=0.9238, p-value=9.434e-06
 TELPARPN-D W=0.9754, p-value=0.1462
 TELPARPN-I W=0.9826, p-value=0.02654
 TELPARPN-T W=0.9639, p-value=8.17e-08
 TELERJON-A W=0.9167, p-value=0.0001707
 TELERJON-D W=0.9764, p-value=0.497
 TELERJON-I W=0.9697, p-value=0.006051
 TELERJON-T W=0.9674, p-value=2.412e-05
 TELERJPN-A W=0.8103, p-value=9.047e-10
 TELERJPN-D W=0.8735, p-value=1.324e-08
 TELERJPN-I W=0.8355, p-value=4.855e-14
 TELERJPN-T W=0.8451, p-value=< 2.2e-16
 TELSPCON-A W=0.6976, p-value=2.644e-11
 TELSPCON-D W=0.962, p-value=0.1295
 TELSPCON-I W=0.8641, p-value=4.199e-09
 TELSPCON-T W=0.8455, p-value=7.066e-15
 TELSPCPN-A W=0.7557, p-value=1.504e-12
 TELSPCPN-D W=0.8723, p-value=1.099e-07
 TELSPCPN-I W=0.9408, p-value=2.139e-07
 TELSPCPN-T W=0.8284, p-value=< 2.2e-16
 TLSPCPPN-A W=0.7045, p-value=3.71e-11
 TLSPCPPN-D W=0.9383, p-value=0.01539
 TLSPCPPN-I W=0.9794, p-value=0.06299
 TLSPCPPN-T W=0.8749, p-value=2.888e-13
 TELESPOAN-A W=0.9546, p-value=0.01189
 TELESPOAN-D W=0.9834, p-value=0.7338
 TELESPOAN-I W=0.9755, p-value=0.01855
 TELESPOAN-T W=0.9715, p-value=7.164e-05
 TLSPONANT-A W=0.8069, p-value=1.796e-05
 TLSPONANT-D W=0.9542, p-value=0.04729
 TLSPONANT-I W=0.9707, p-value=0.05232
 TLSPONANT-T W=0.9602, p-value=8.161e-05
 TLSPPNANT-A W=0.9525, p-value=0.1163
 TLSPPNANT-D W=0.9305, p-value=0.005205
 TLSPPNANT-I W=0.9599, p-value=0.01036
 TLSPPNANT-T W=0.9659, p-value=0.0003156
 TRPAULON-A W=0.6285, p-value=5.288e-10
 TRPAULON-D W=0.6254, p-value=4.129e-11
 TRPAULON-I W=0.5458, p-value=< 2.2e-16
 TRPAULON-T W=0.5901, p-value=< 2.2e-16
 TRPAULPN-A W=0.6214, p-value=5.681e-11
 TRPAULPN-D W=0.6314, p-value=1.080e-11
 TRPAULPN-I W=0.4207, p-value=< 2.2e-16
 TRPAULPN-T W=0.5117, p-value=< 2.2e-16
 TRIKENPN-A W=0.7704, p-value=< 2.2e-16
 TRIKENPN-D W=0.8364, p-value=9.8e-15
 TRIKENPN-I W=0.782, p-value=< 2.2e-16
 TRIKENPN-T W=0.7946, p-value=< 2.2e-16
 UNIPARPNB-A W=0.86, p-value=2.83e-08
 UNIPARPNB-D W=0.9556, p-value=0.0772

UNIPARPNB-I W=0.9653, p-value=0.008338
UNIPARPNB-T W=0.9383, p-value=1.015e-08
CVRDON-A W=0.9725, p-value=0.2284
CVRDON-D W=0.9754, p-value=0.2126
CVRDON-I W=0.9339, p-value=1.987e-05
CVRDON-T W=0.9648, p-value=1.228e-05
CVRDPNA-A W=0.9735, p-value=0.2334
CVRDPNA-D W=0.9536, p-value=0.01399
CVRDPNA-I W=0.9842, p-value=0.1628
CVRDPNA-T W=0.9756, p-value=0.0002908

VARIGPN-A W=0.852, p-value=5.605e-06
VARIGPN-D W=0.88, p-value=1.018e-05
VARIGPN-I W=0.8584, p-value=2.425e-09
VARIGPN-T W=0.8734, p-value=2.359e-13
VCPN-A W=0.9521, p-value=0.001488
VCPN-D W=0.9789, p-value=0.06401
VCPN-I W=0.9859, p-value=0.03945
VCPN-T W=0.9827, p-value=6.78e-05

Relação de casos de normalidade aceitos pelo teste Shapiro-Wilk

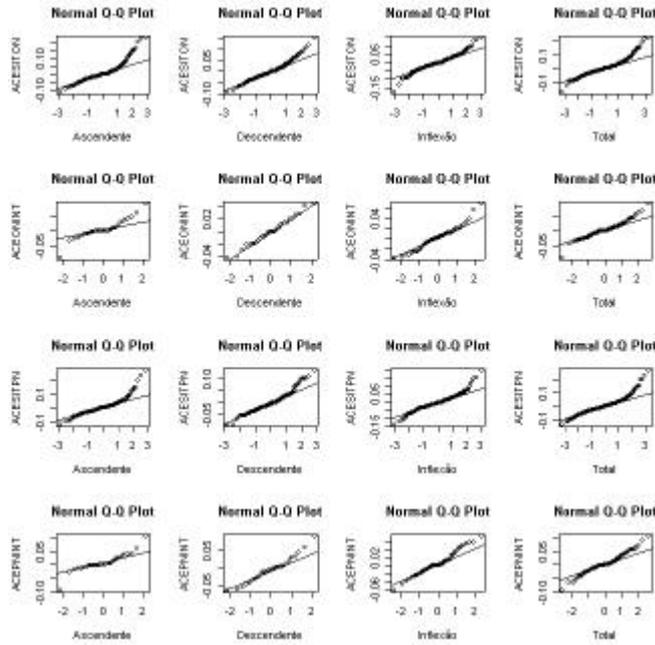
Foram Listados somente os casos onde houve pelo menos um caso de aceitação:

1=Sim.

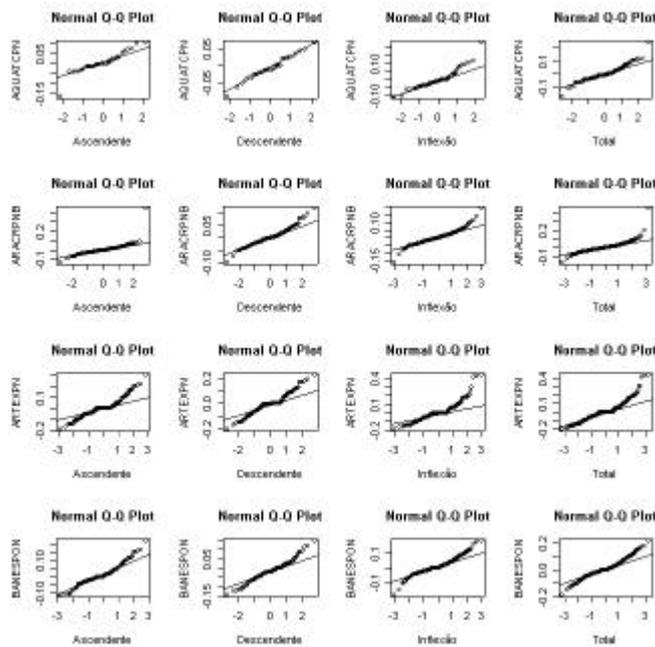
VAR AÇÃO	A	D	I	T
v12 ACESITA ON INT	-	1	-	-
v14 ACESITA PN INT	-	1	1	-
v15 AQUATEC PN	-	1	-	-
V22 BIC CALOI PNB	-	1	1	1
V23 BOMBRIL PN	1	-	1	-
V37 COMGAS PN	-	1	-	-
V39 COPEL ON	1	-	-	-
V43 CRT CEL PNA	1	1	-	-
V51 EMBRATEL ON	1	1	-	-
V52 EMBRATEL PN	1	-	-	-
V53 EPTE PN	1	1	1	-
V57 FERTIBRAS PN	1	1	-	-
V58 F TAURUS PN	1	1	-	-
V62 GERASUL PNB	-	1	-	-
V63 G TIETE PN	1	-	1	-
V65 IAP PN	-	1	-	-
V68 IPIRANGA PN	1	-	1	1
V73 LJ AMER PN INT	1	-	-	-
V75 MAGNESITA PNA	1	-	-	-
V89 SADIA AS PN	1	1	-	-
V90 SAMITRI PN	-	1	-	-
V94 SID TUB PNB	1	1	-	1
V95 TEKA PN	1	1	1	1
V99 ERICSSON ON	1	-	1	-
V100 TLCTRLSTS PN	1	1	1	1
V101 TELCO ON	1	1	1	1
V102 TELCO PN	1	1	-	-
V104 TELCS PN	-	1	1	-
V105 TELLCL ON	-	-	1	-
V106 TELLCL PN	1	1	-	-
V111 TELNECO ON	-	1	1	1
V112 TELNEC PN	1	1	1	-
V113 TELNOC ON	1	-	-	-
V114 TELNOC PN	-	1	1	1
V115 TLPAC PNB	1	-	-	-
V116 TELPAR PN	-	1	-	-
V117 TELERJ ON	-	1	-	-
V119 TELSP C ON	-	1	-	-
V121 TLSP C P PN	-	-	1	-
V122 TELESP ON	-	1	-	-
V123 TLSP ON ANT	-	-	1	-
V124 TLSP PN ANT	1	-	-	-
V128 UNIPAR PNB	-	1	-	-
V129 CVRD ON	1	1	-	-
V130 CVRD PNA	1	-	1	-
V132 VCP PN	-	1	-	-
TOTAL	26	29	17	8
PROB (122)	0,213	0,238	0,139	0,066

APÊNDICE B5 – Gráficos QQ e Gráficos de Distribuições Amostrais

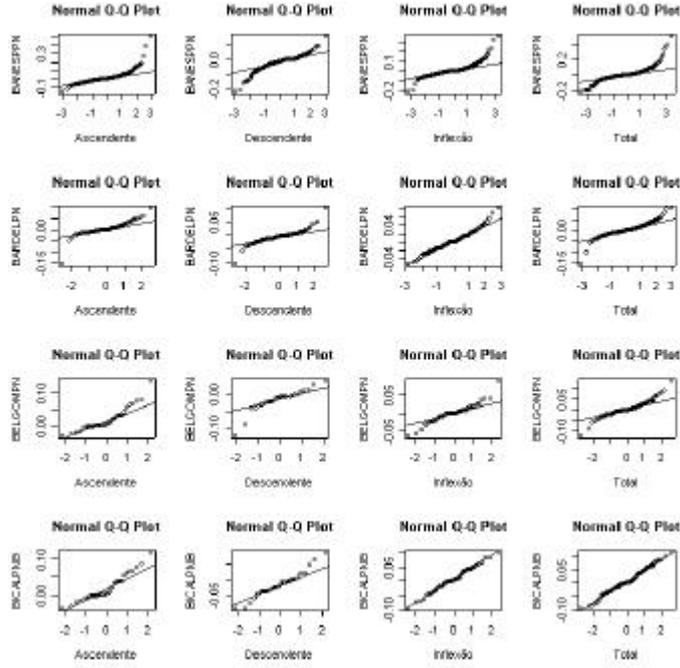
Variáveis V11-14



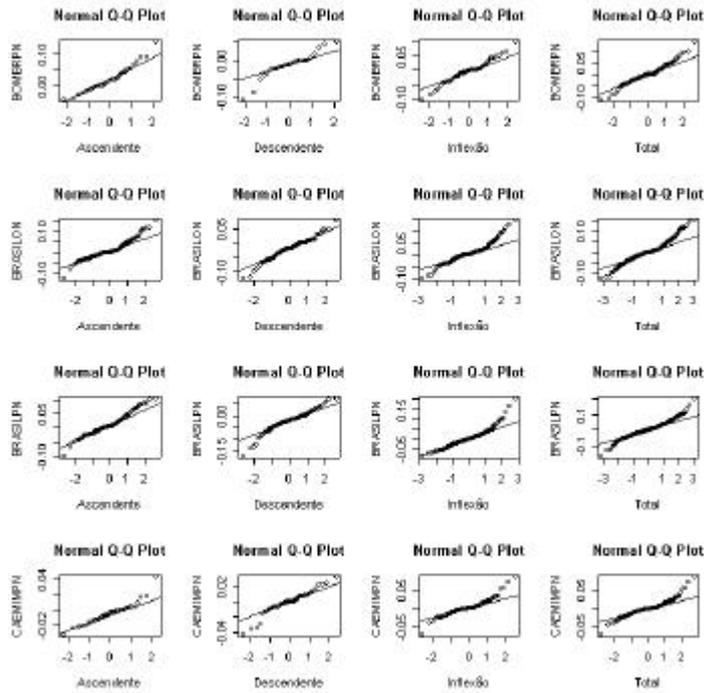
Variáveis V15-18



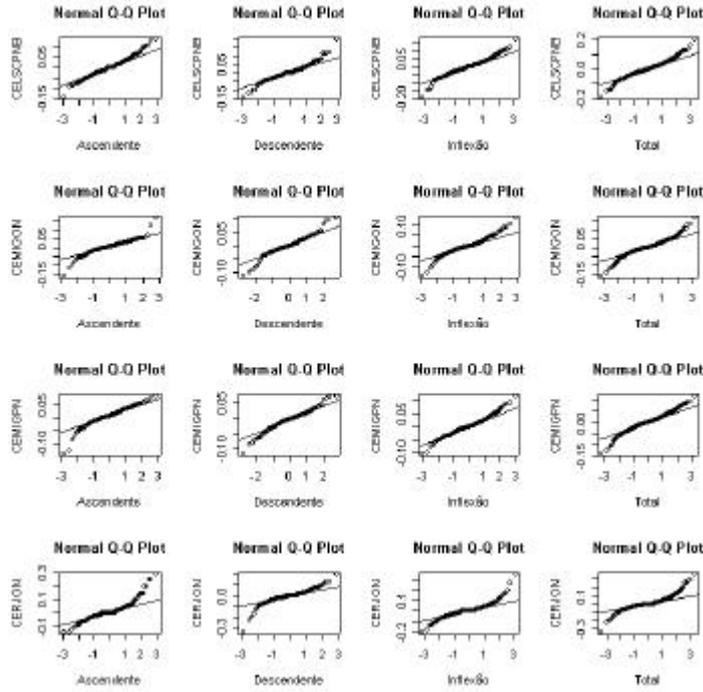
Variáveis V19-22



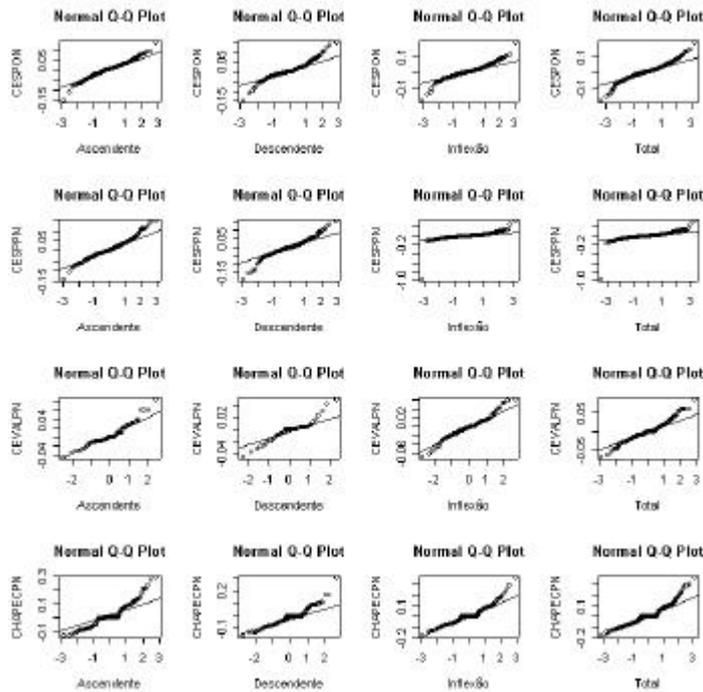
Variáveis V23-26



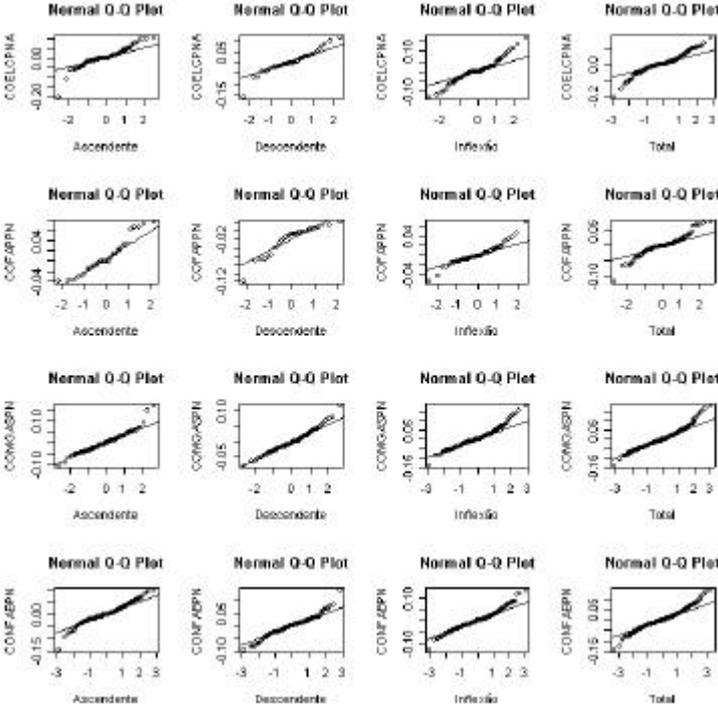
Variáveis V27-30



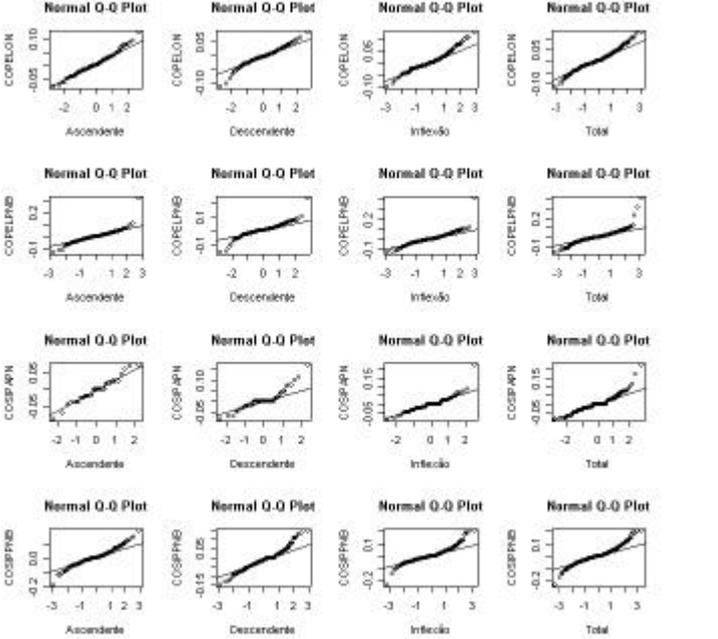
Variáveis V31-34



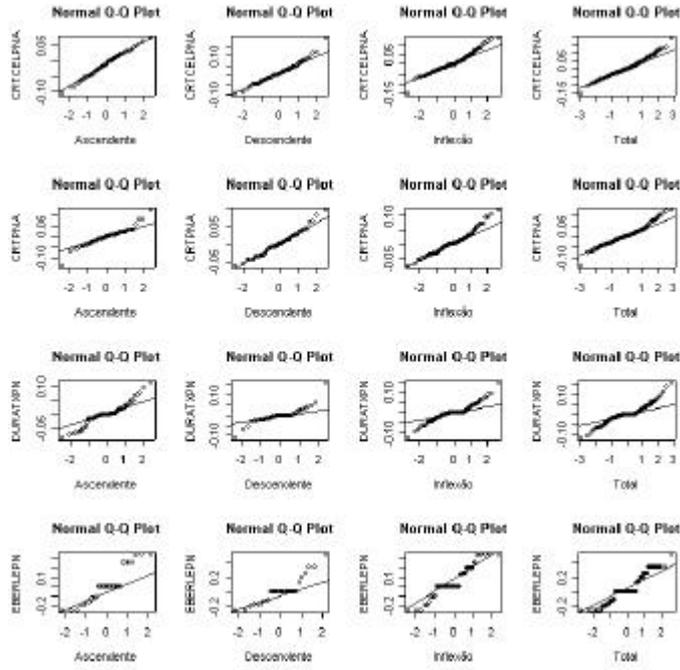
Variáveis V35-38



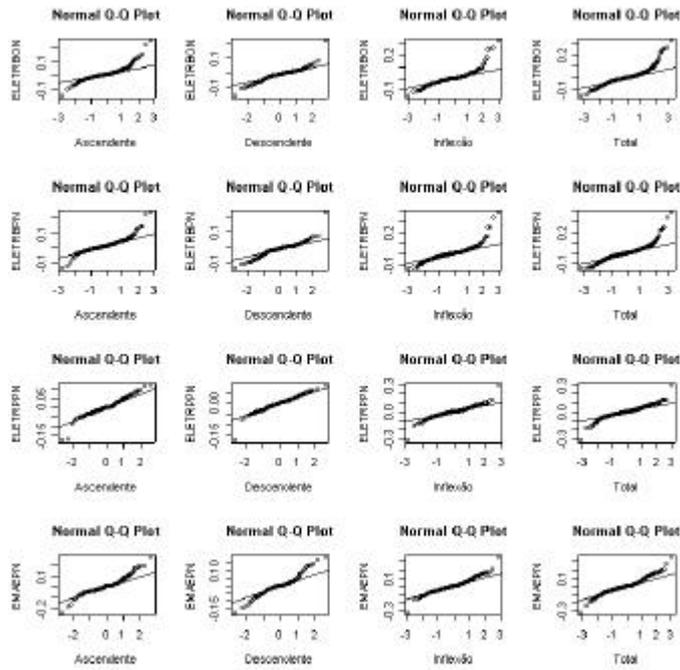
Variáveis V39-42



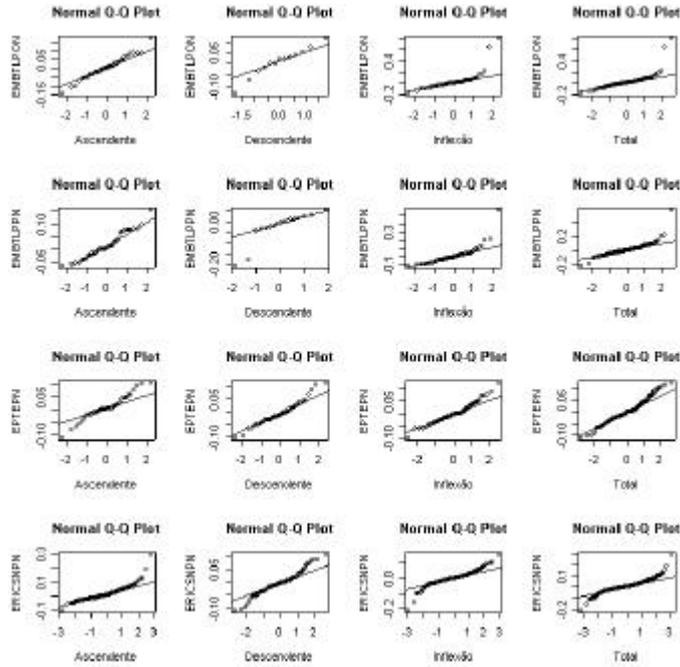
Variáveis V43-46



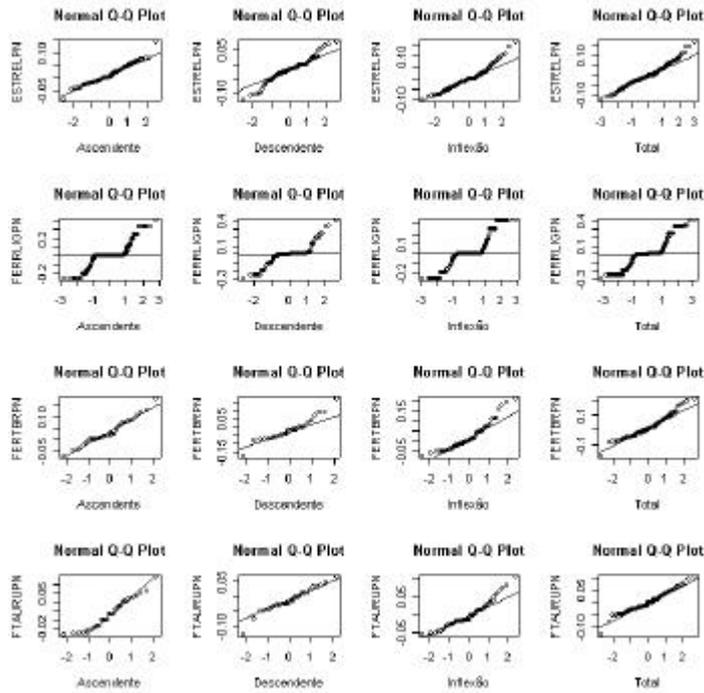
Variáveis V47-50



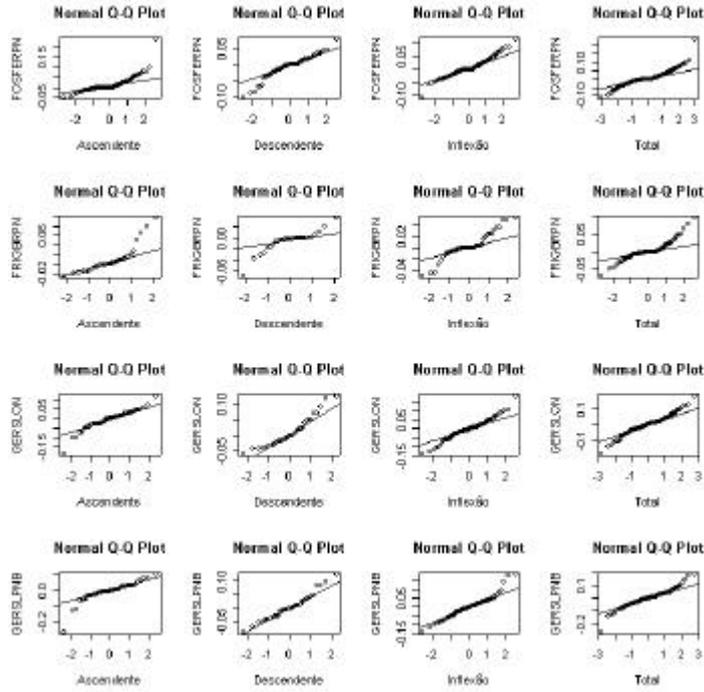
Variáveis V51-54



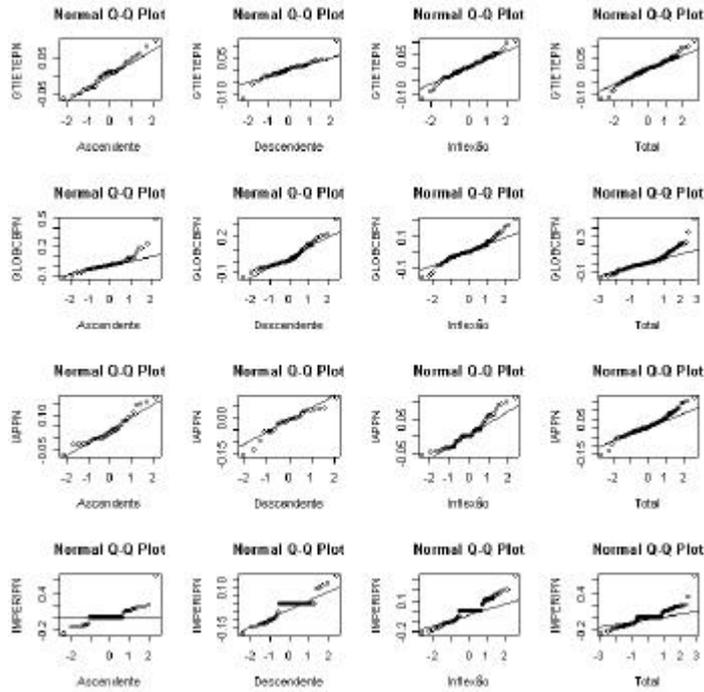
Variáveis V55-58



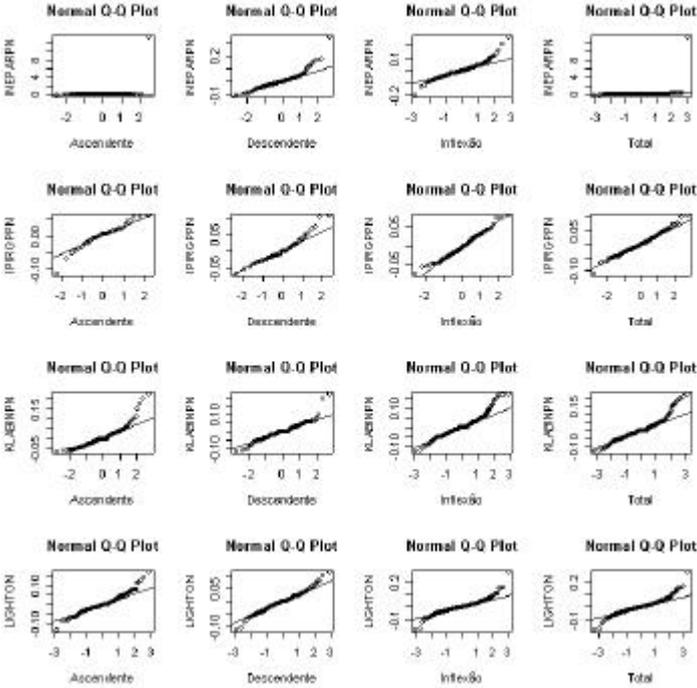
Variáveis V59-62



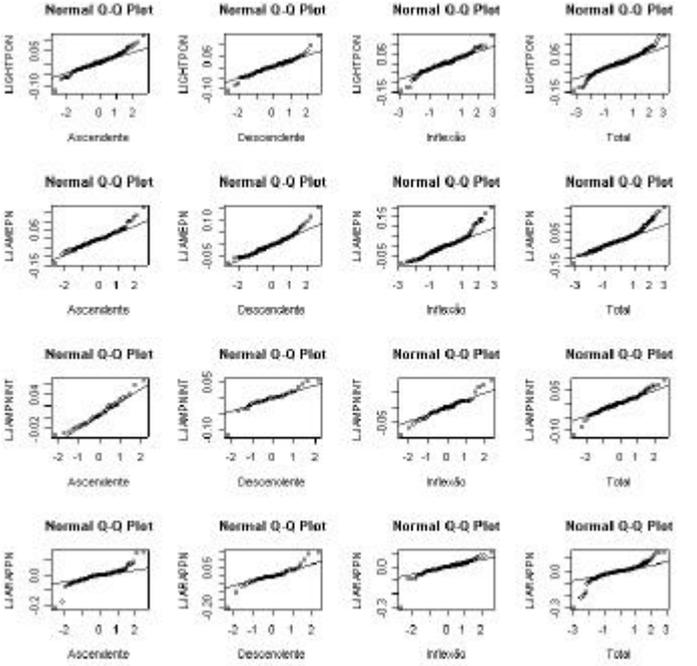
Variáveis V63-66



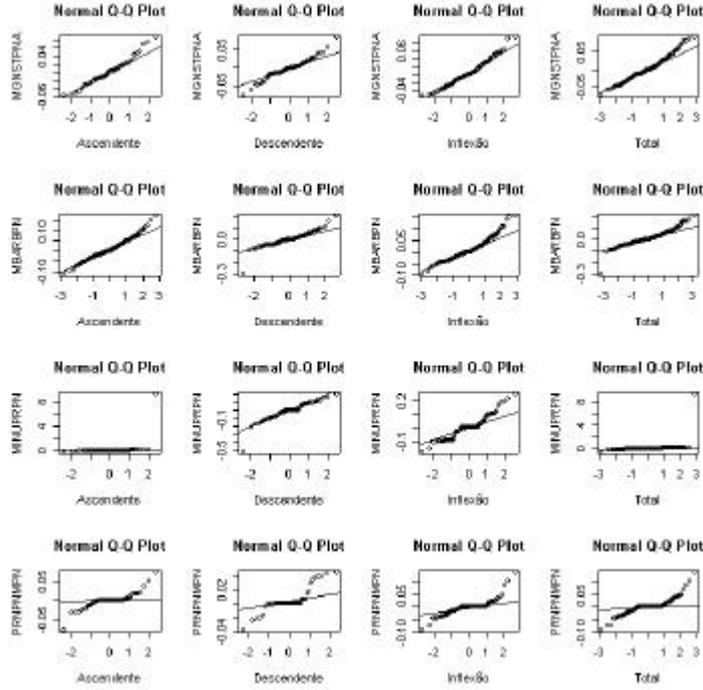
Variáveis V67-70



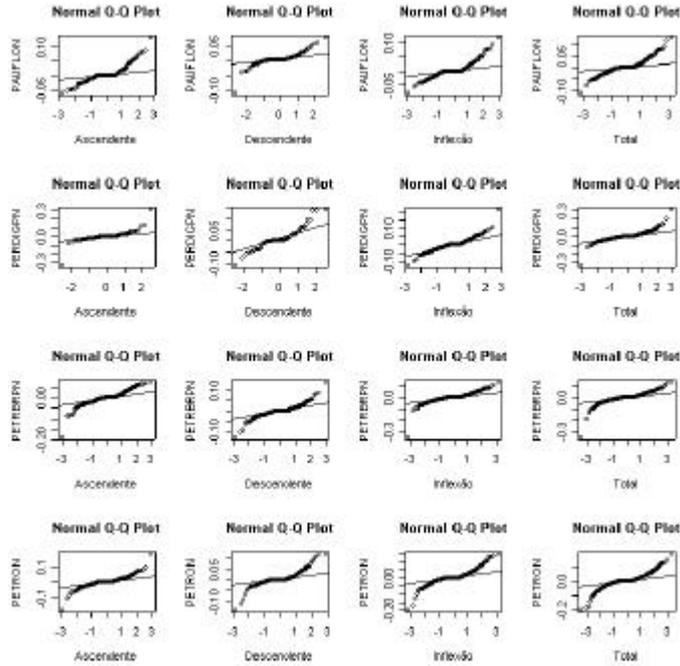
Variáveis V71-74



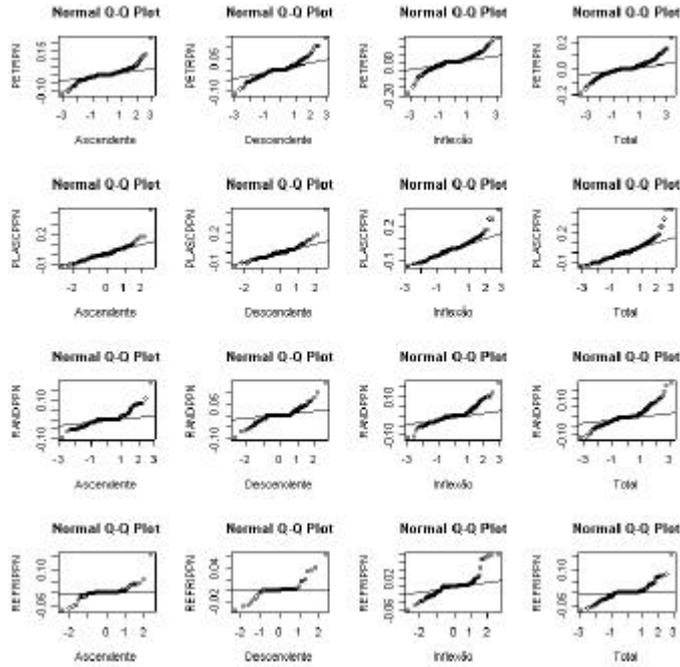
Variáveis V75-78



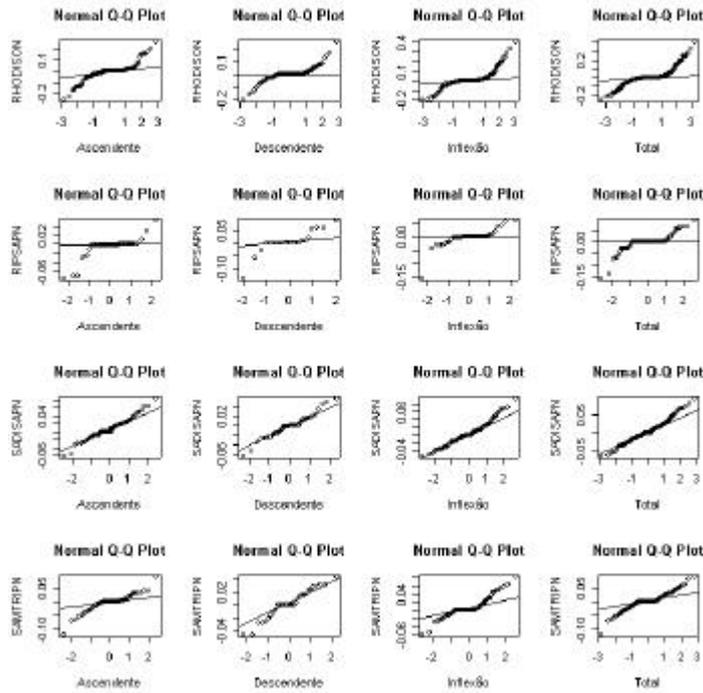
Variáveis V79-82



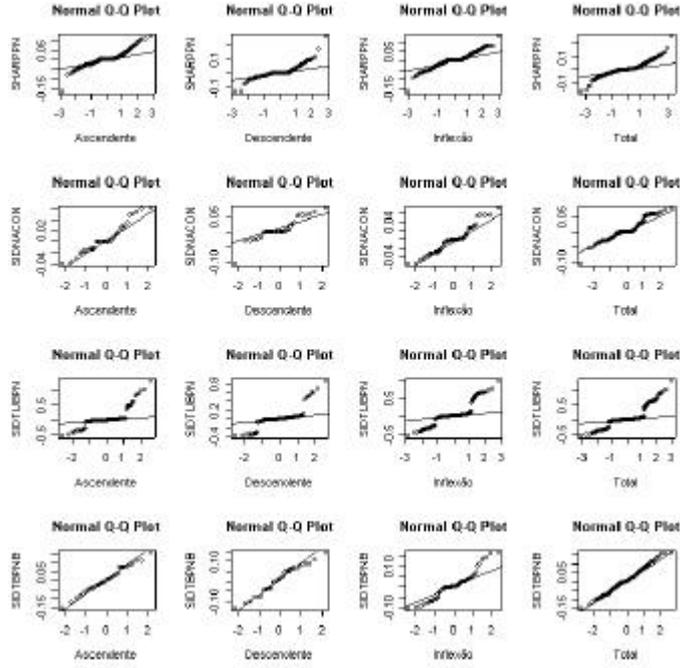
Variáveis V83-86



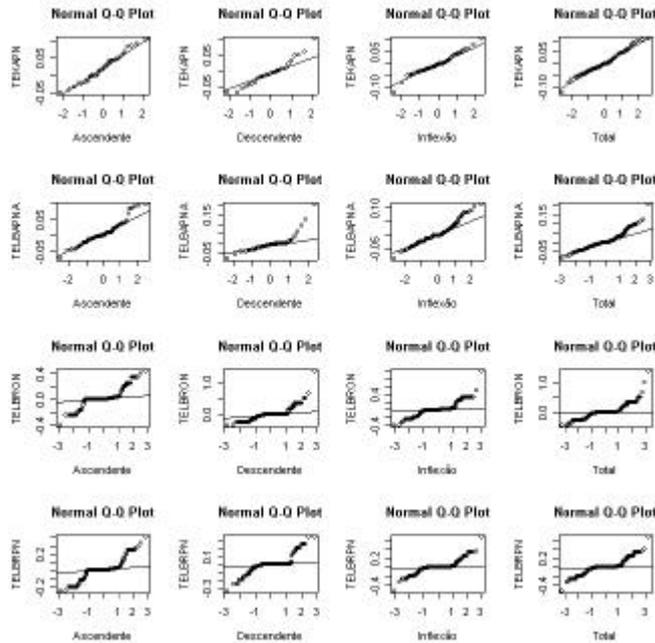
Variáveis V87-90



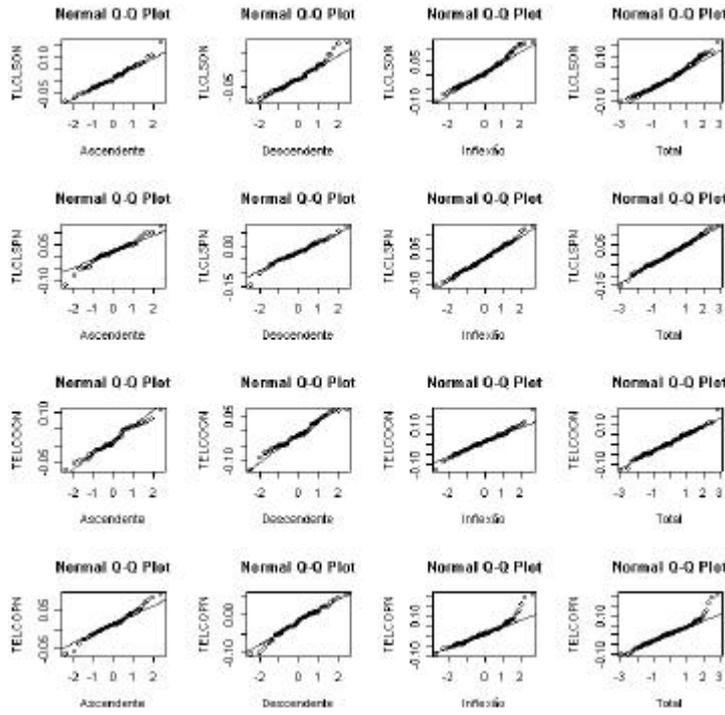
Variáveis V91-94



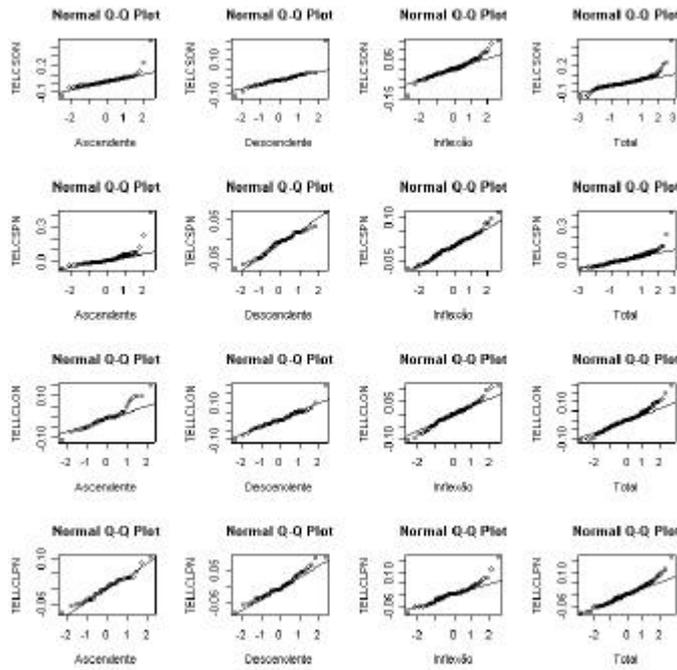
Variáveis V95-98



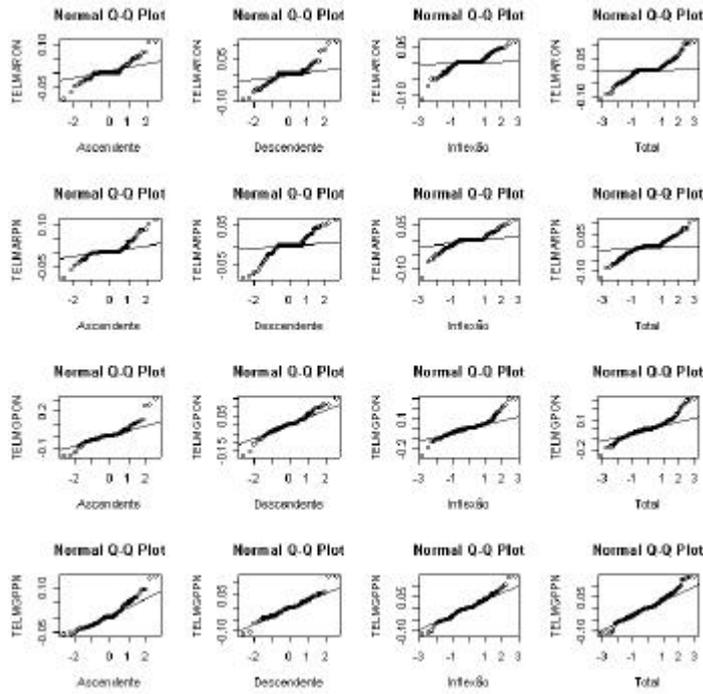
Variáveis V99-102



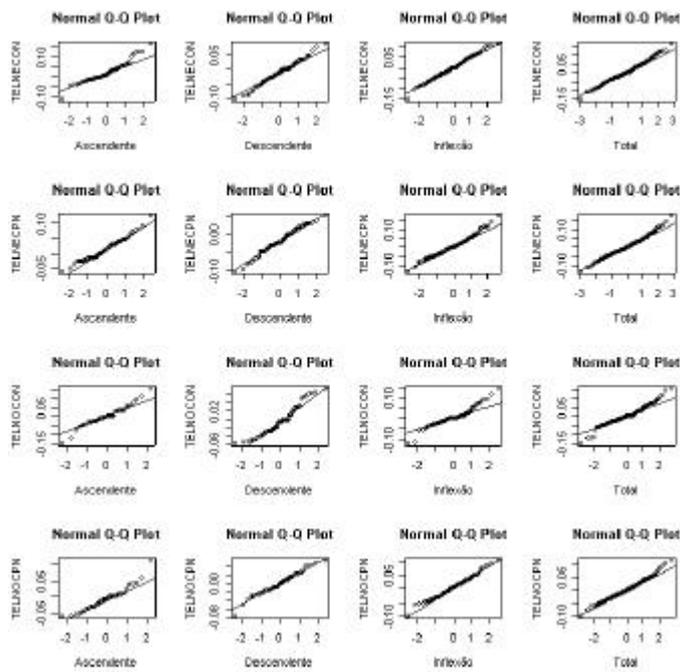
Variáveis V103-106



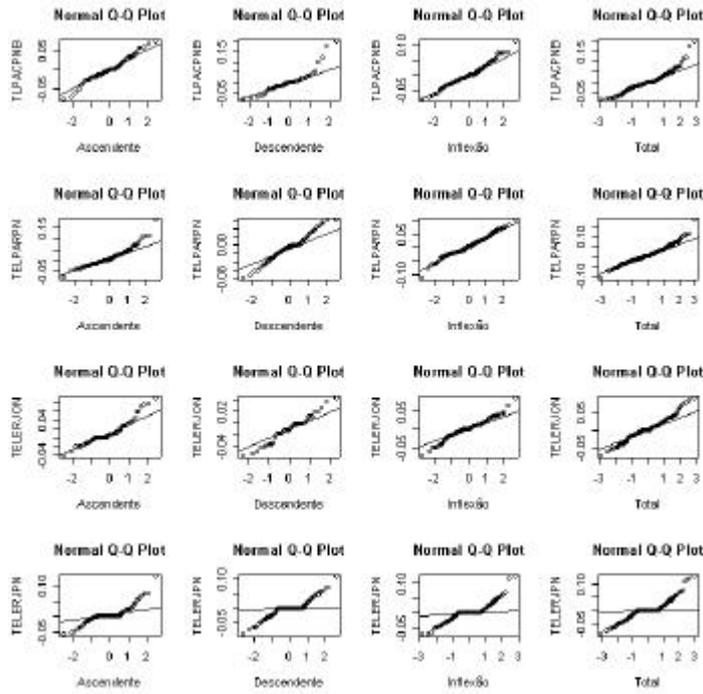
Variáveis V107-110



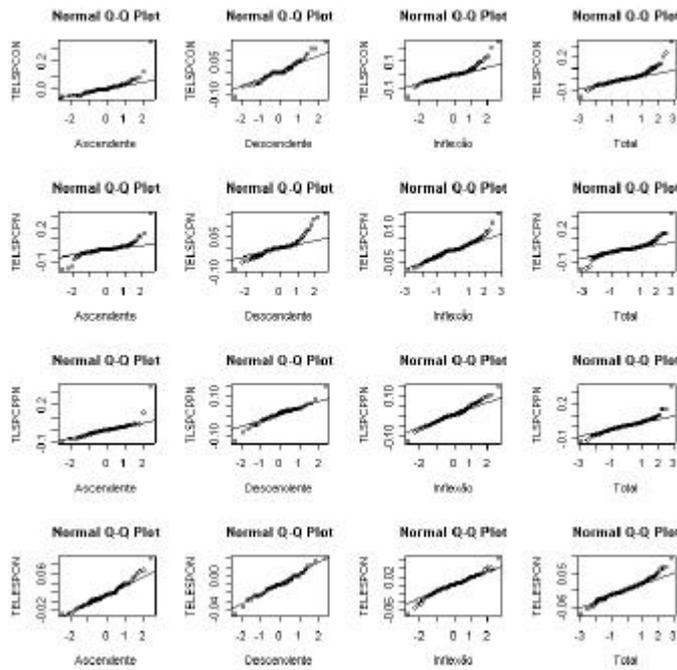
Variáveis V111-114



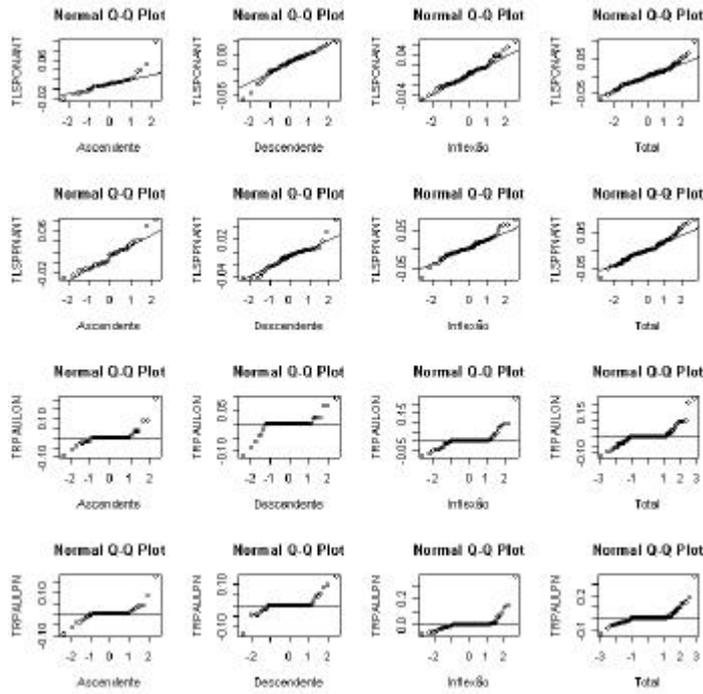
Variáveis V115-118



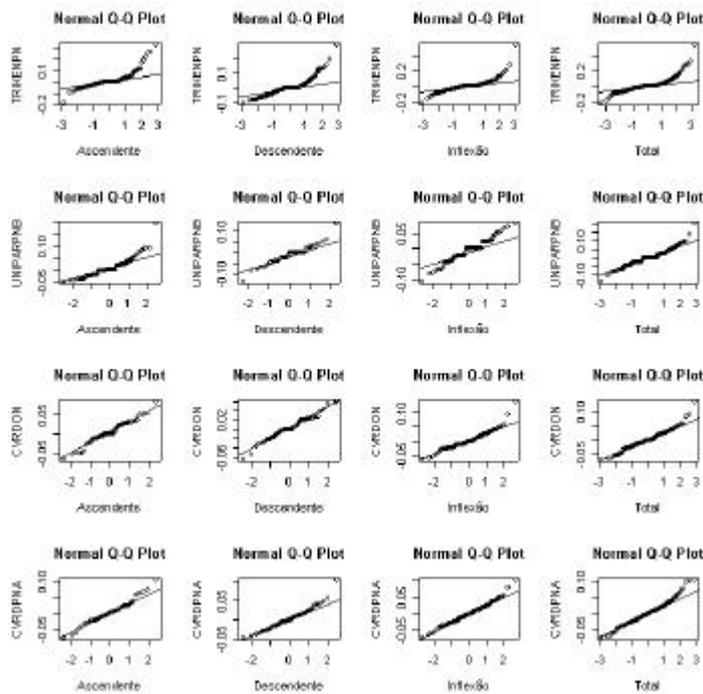
Variáveis V119-122



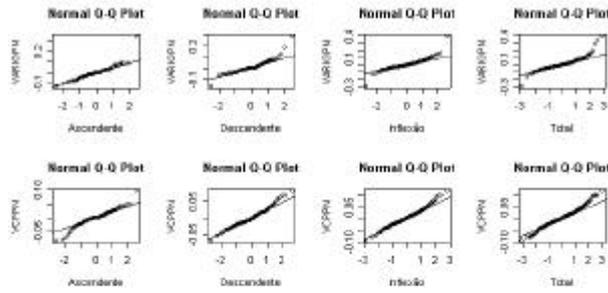
Variáveis V123-126



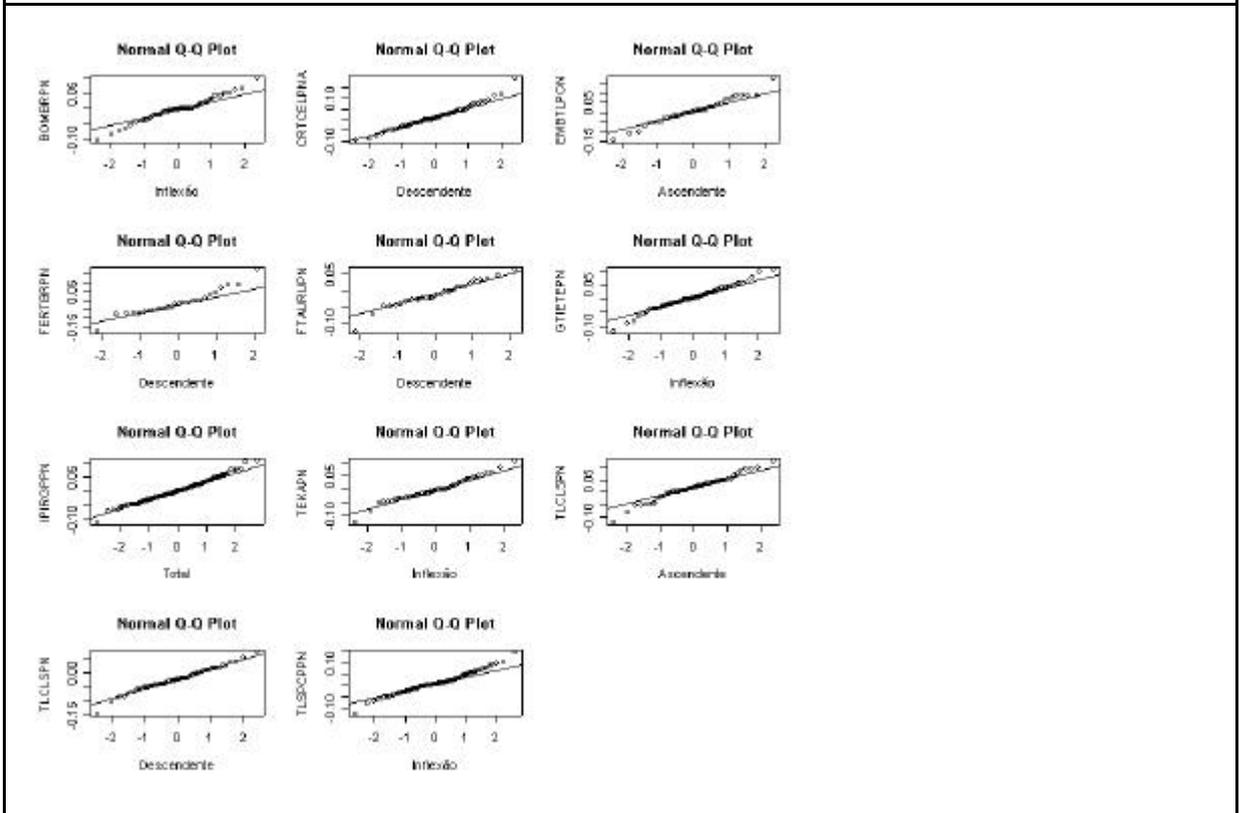
Variáveis V127-130



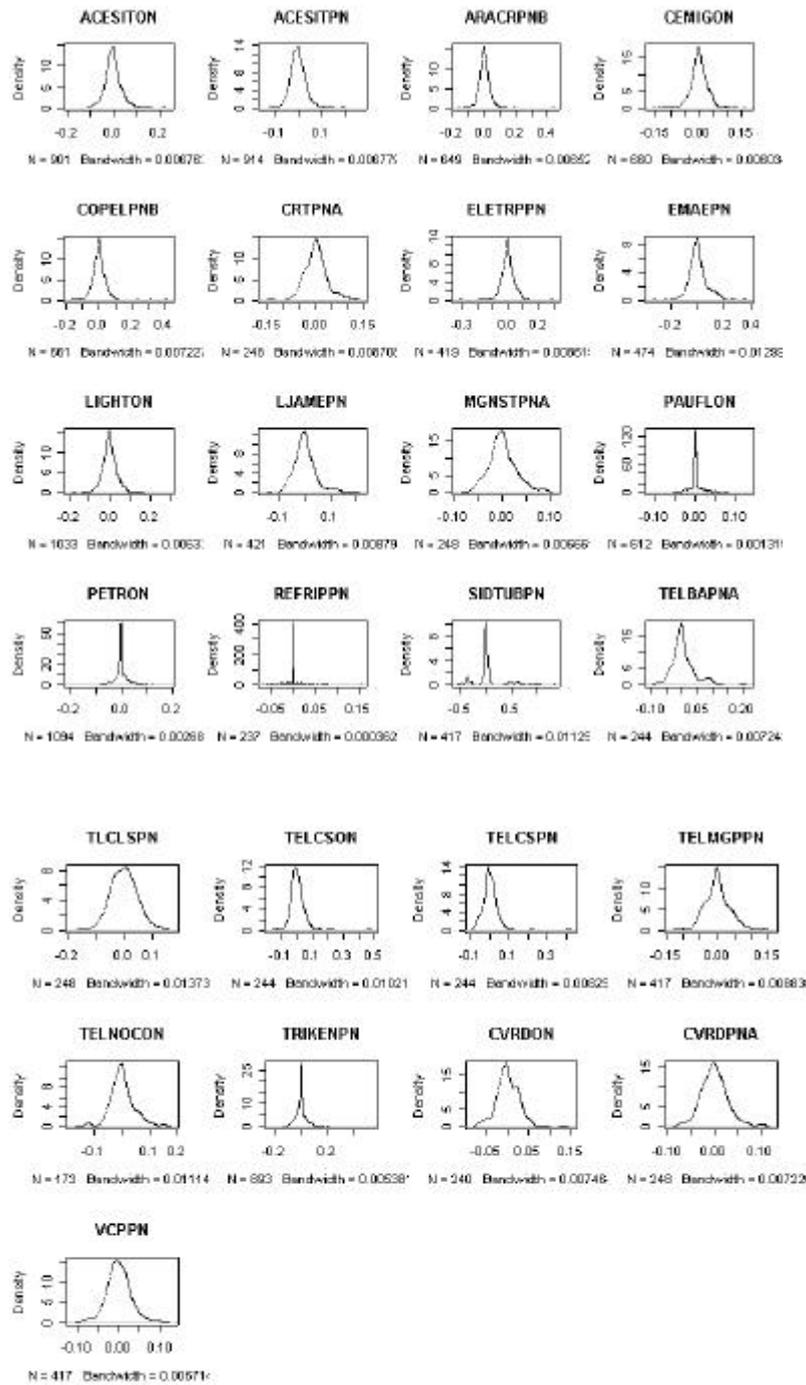
Variáveis V131-134

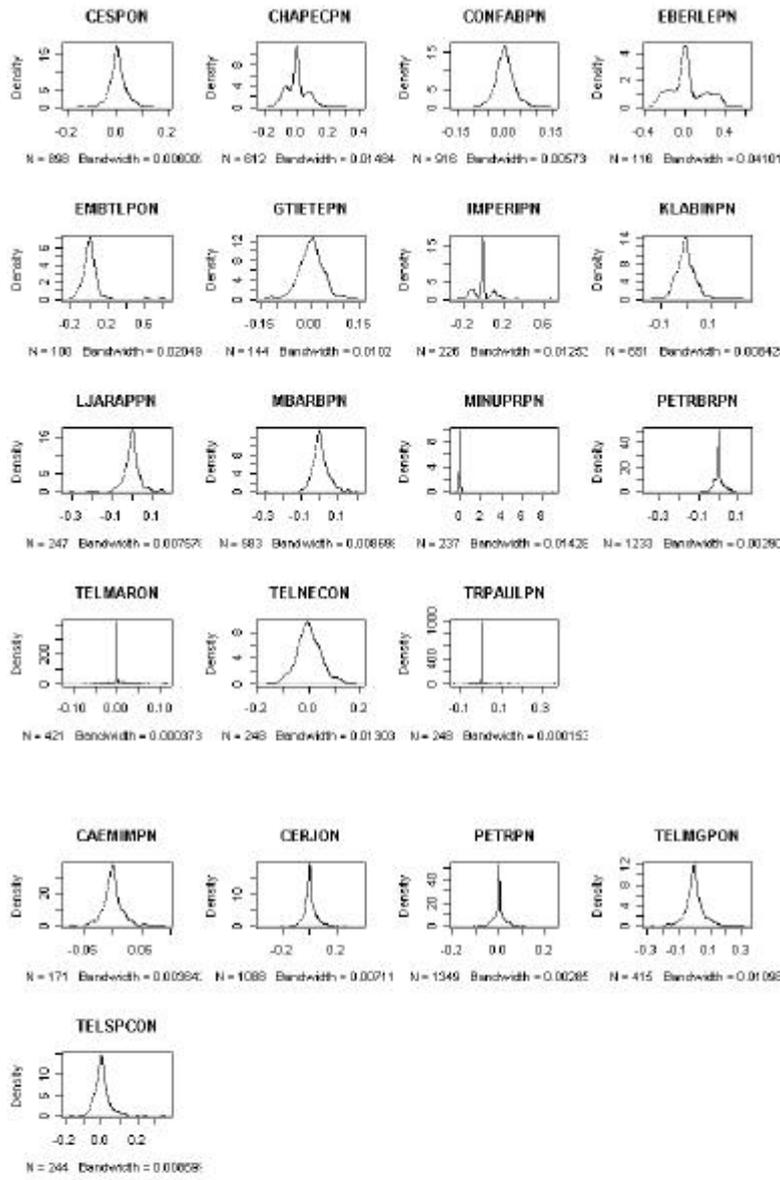


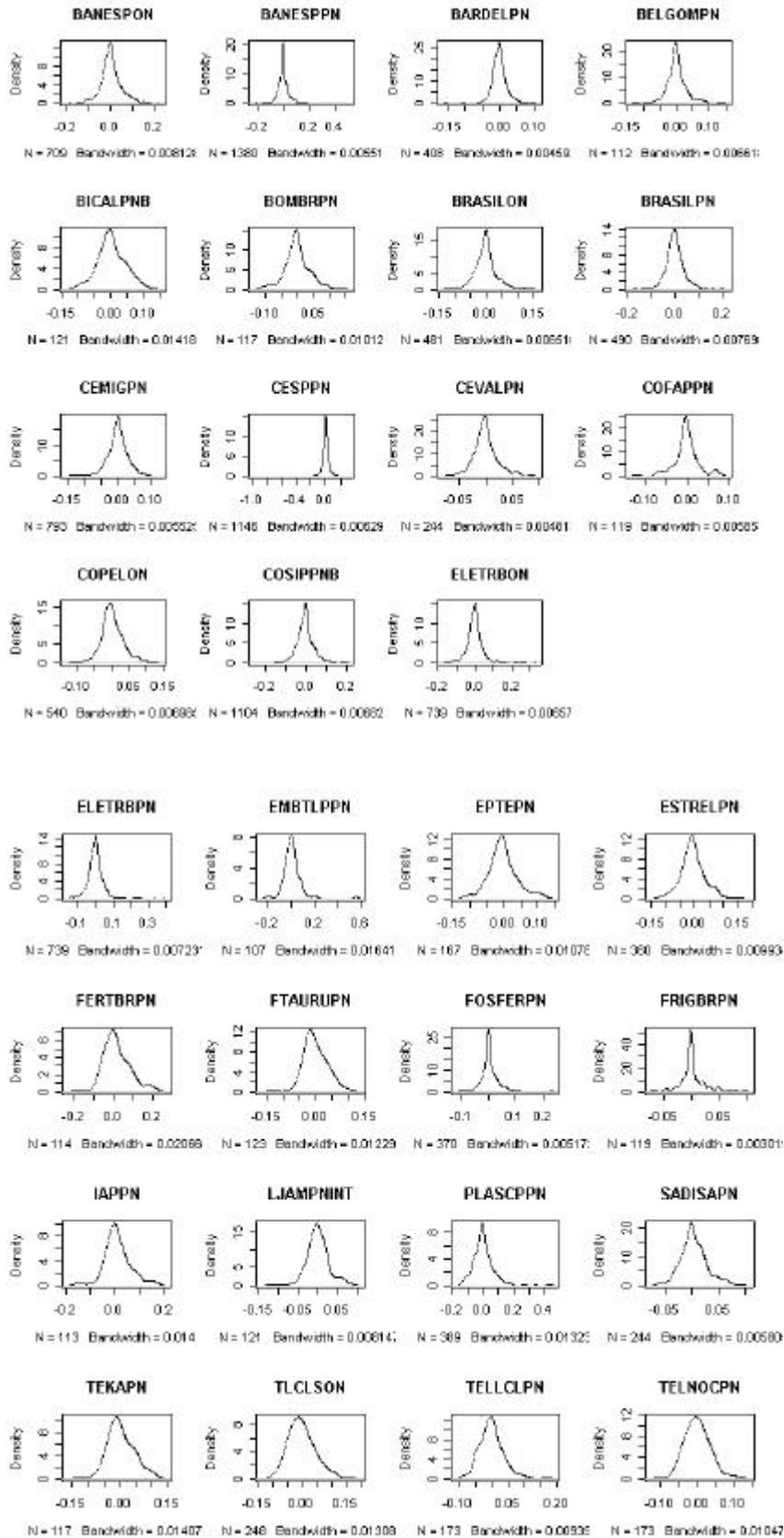
Gráficos qqplot para os tipos de ações em que o teste Shapiro-Wilk aceitou a hipótese de normalidade

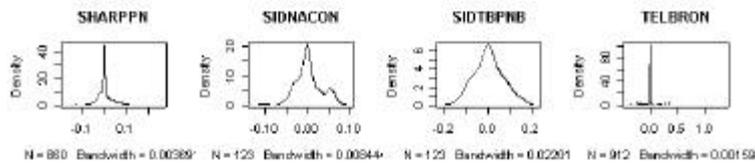
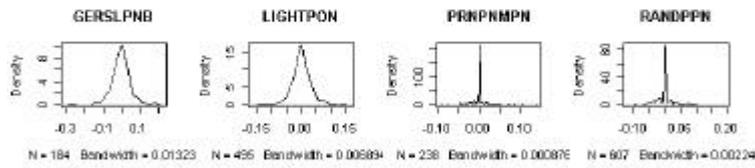
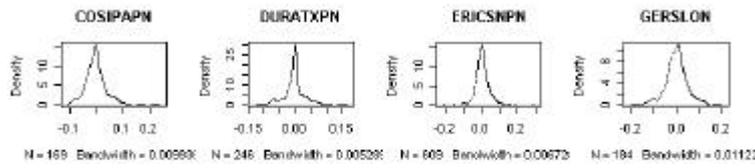
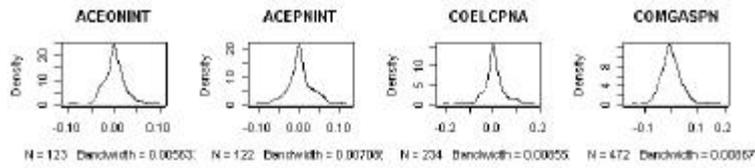
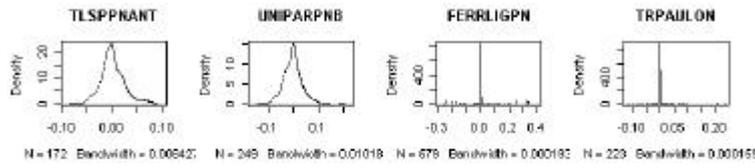
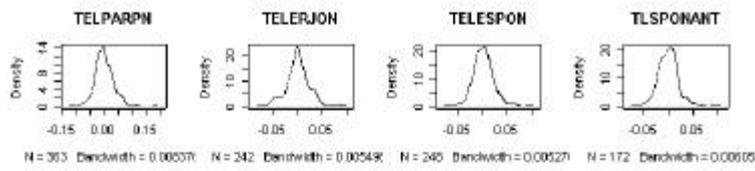


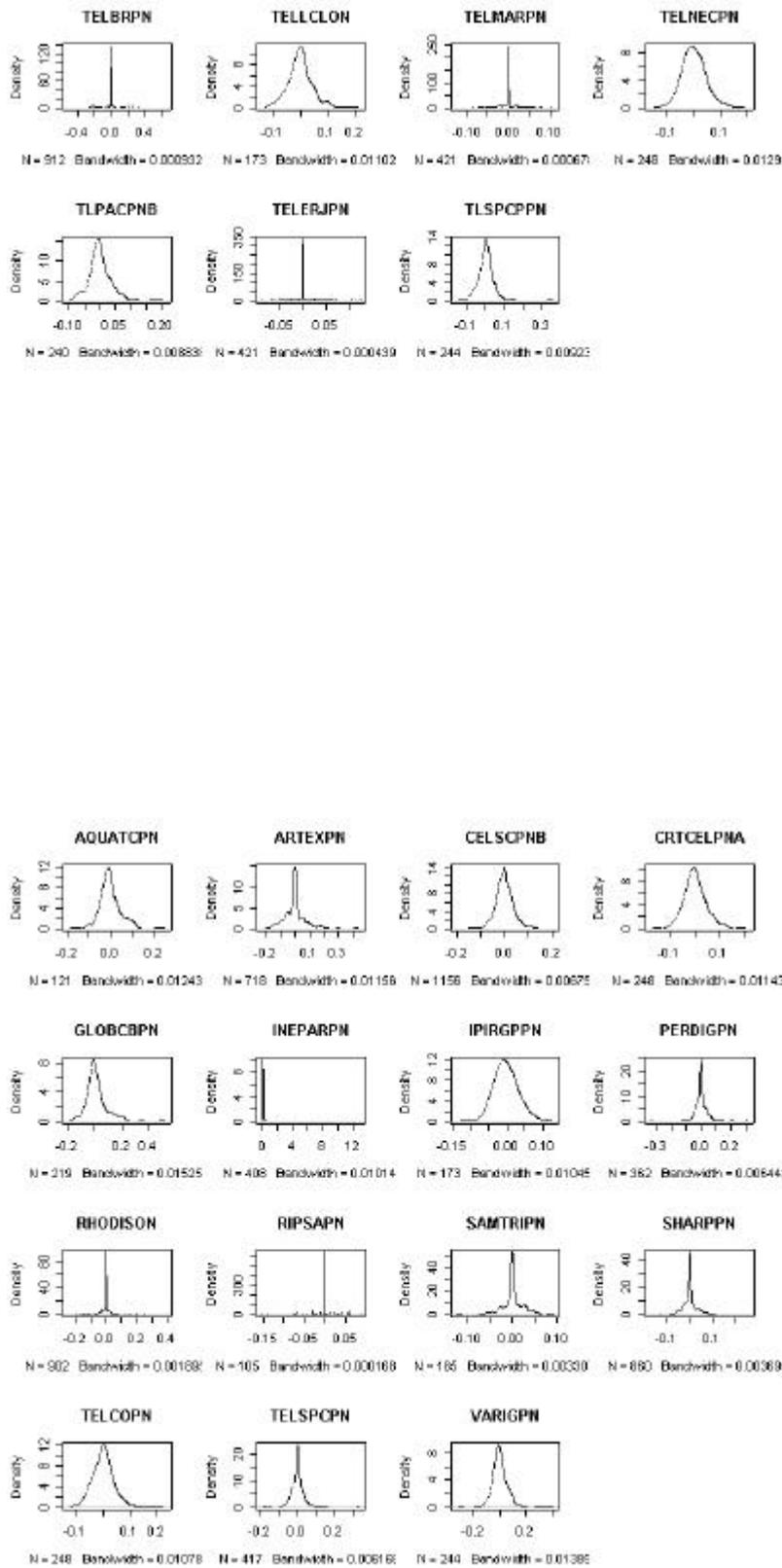
Gráficos das densidades das distribuições das amostras







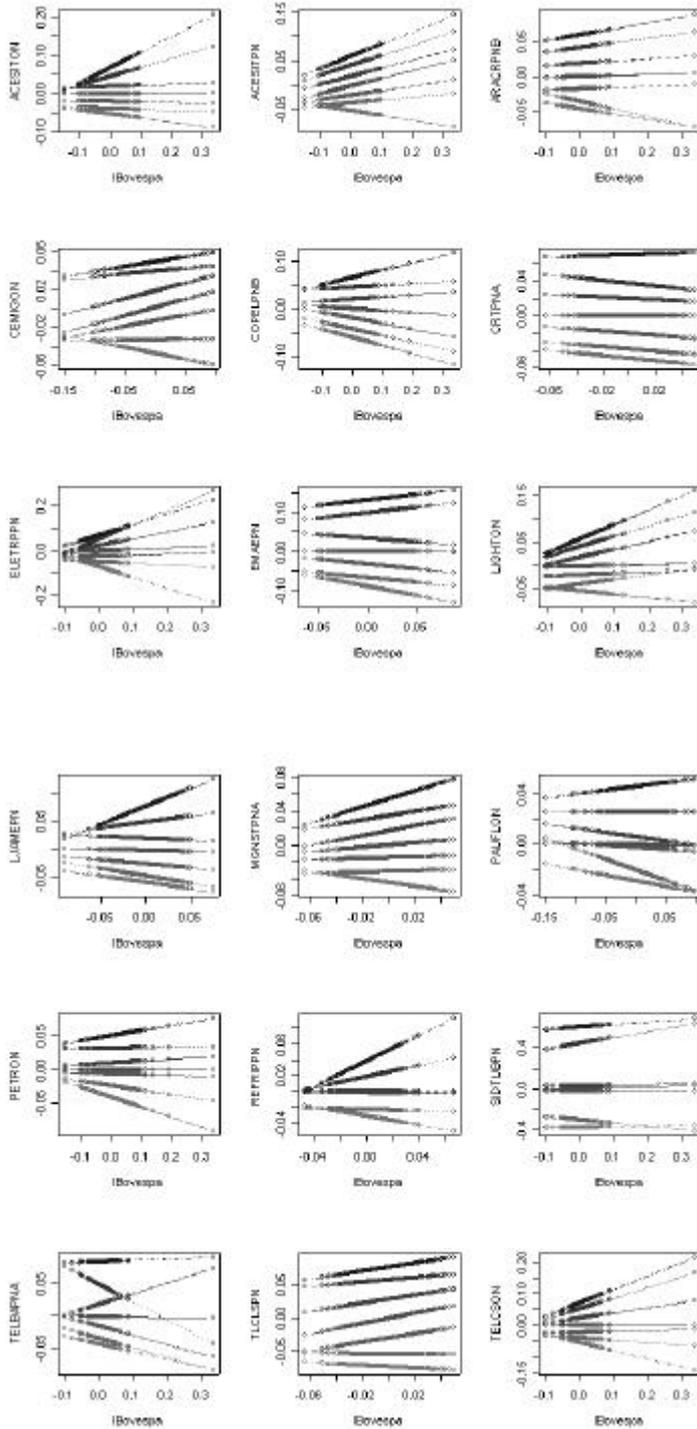




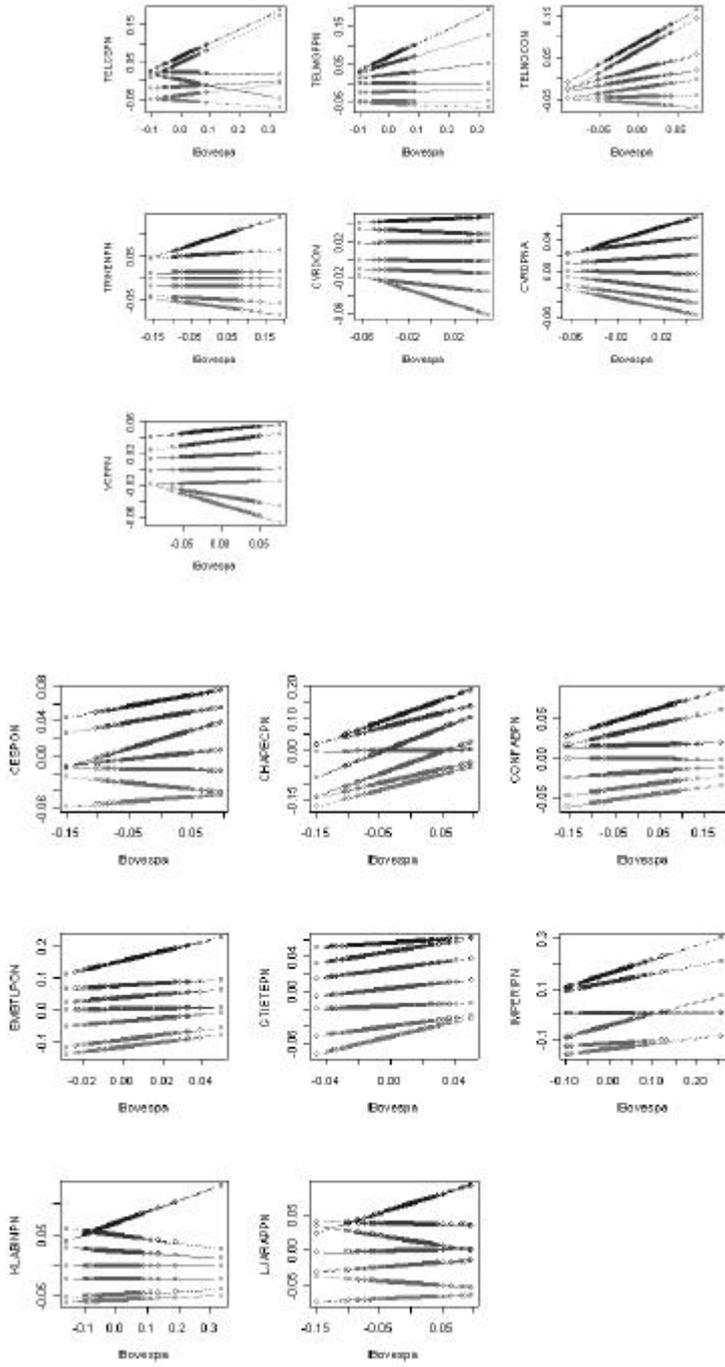
APÊNDICE B6 – Gráficos de Regressão Quantílica Agrupados

Regressões quantílicas entre retornos e mercado:

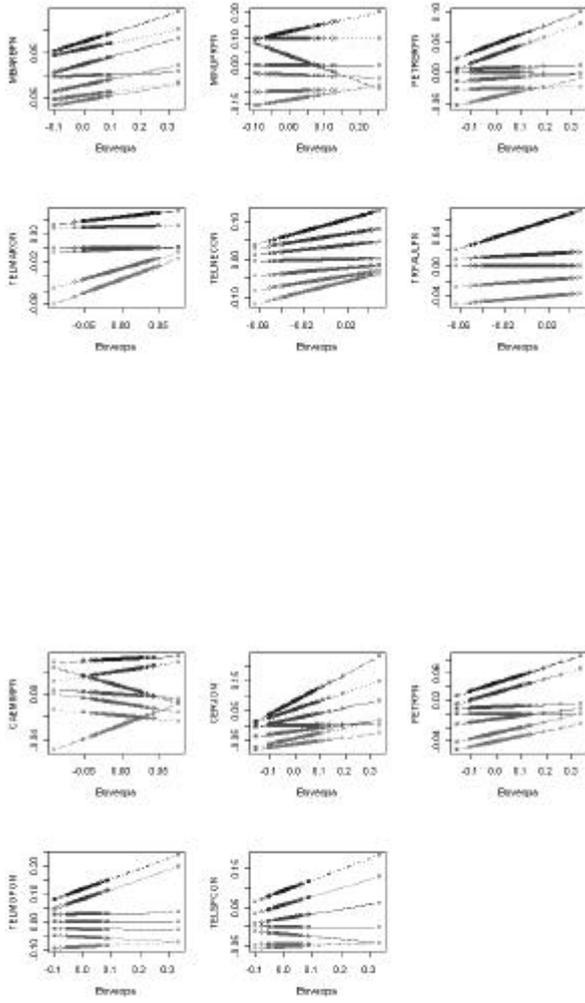
Grupo 1, partes A e B



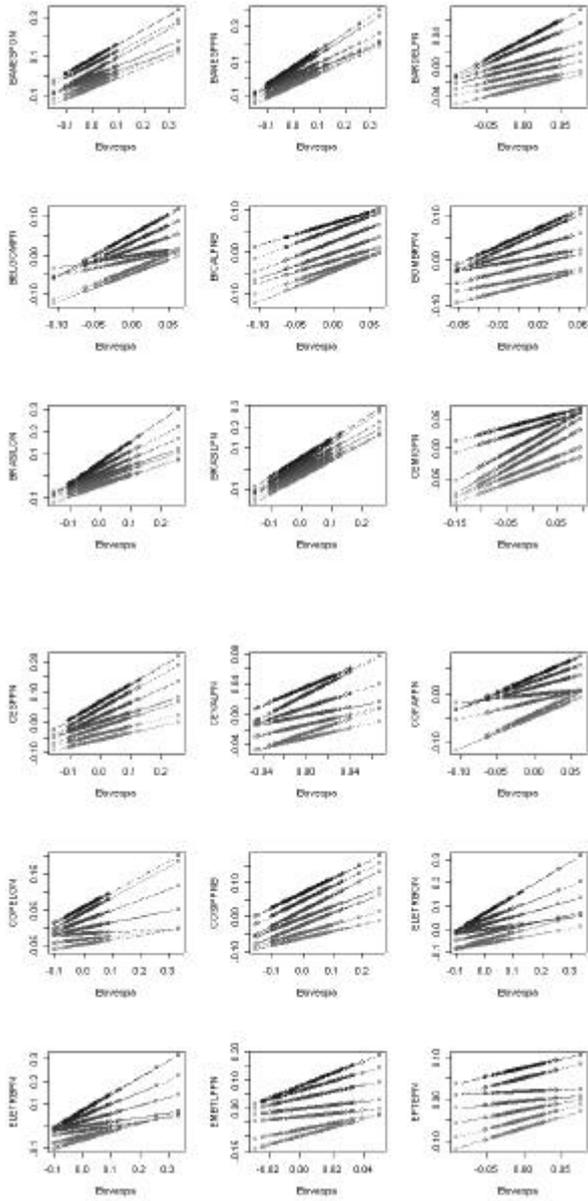
Grupo 1 parte C e grupo 2 parte A



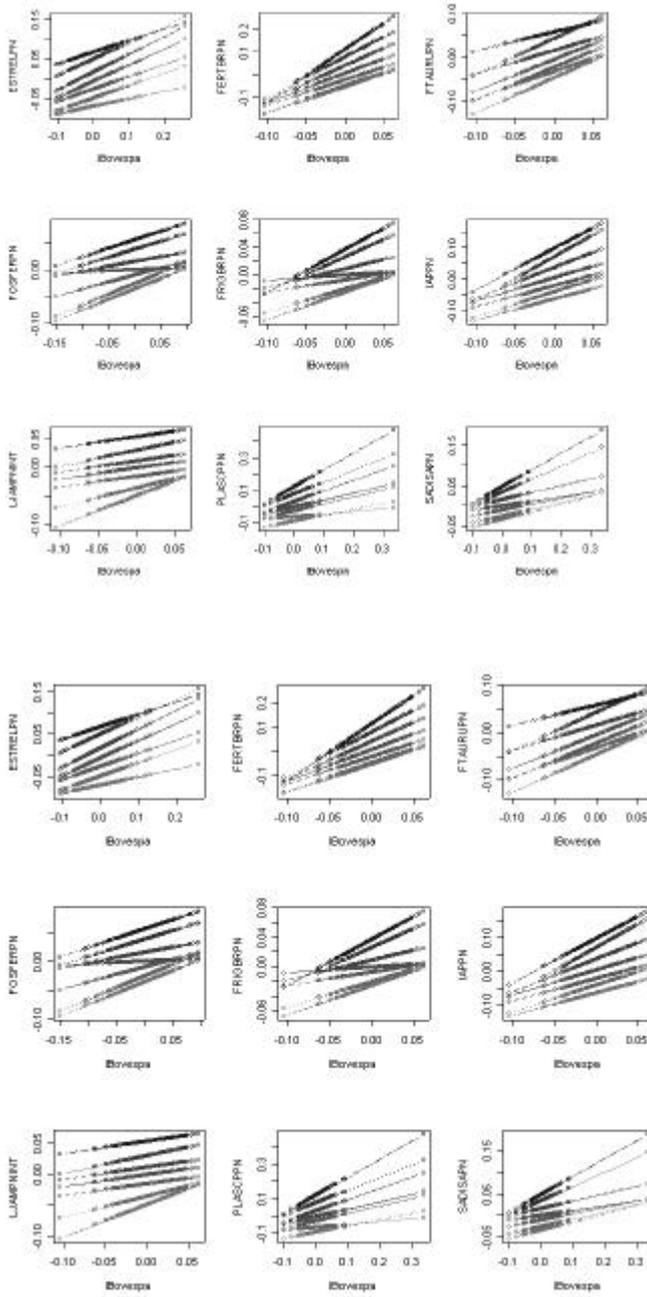
Grupo 2 parte B e grupo 3



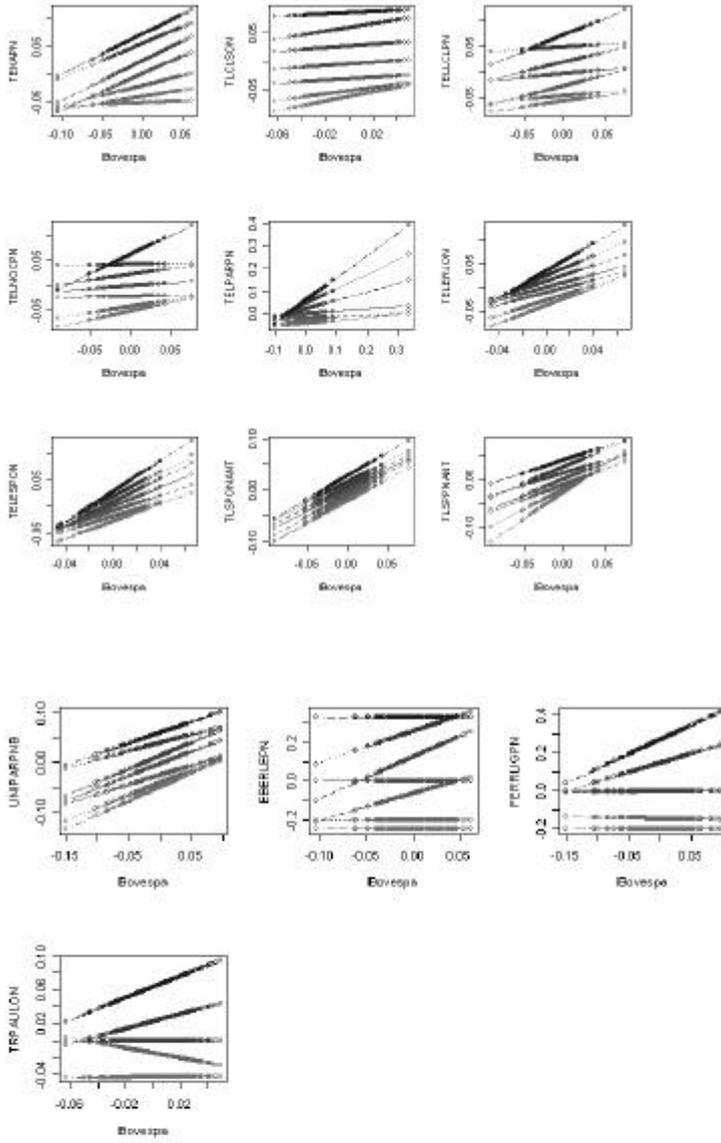
Grupo 4 partes A e B



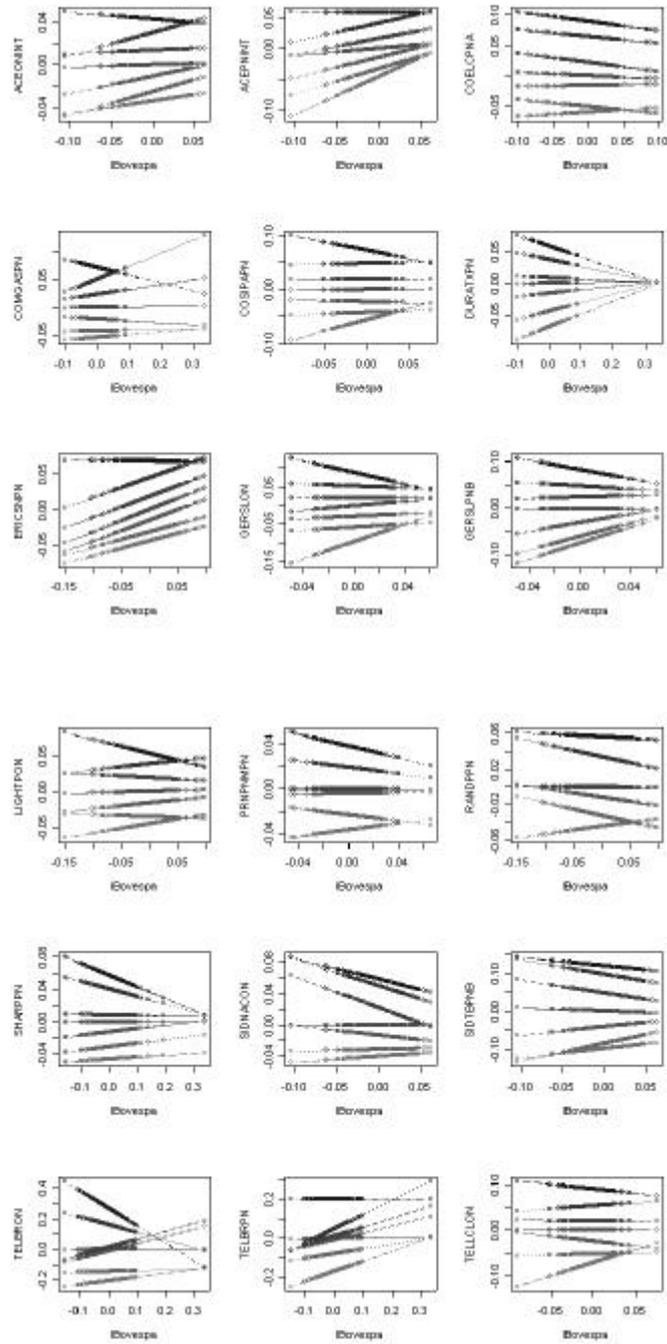
Grupo 4 partes C e D



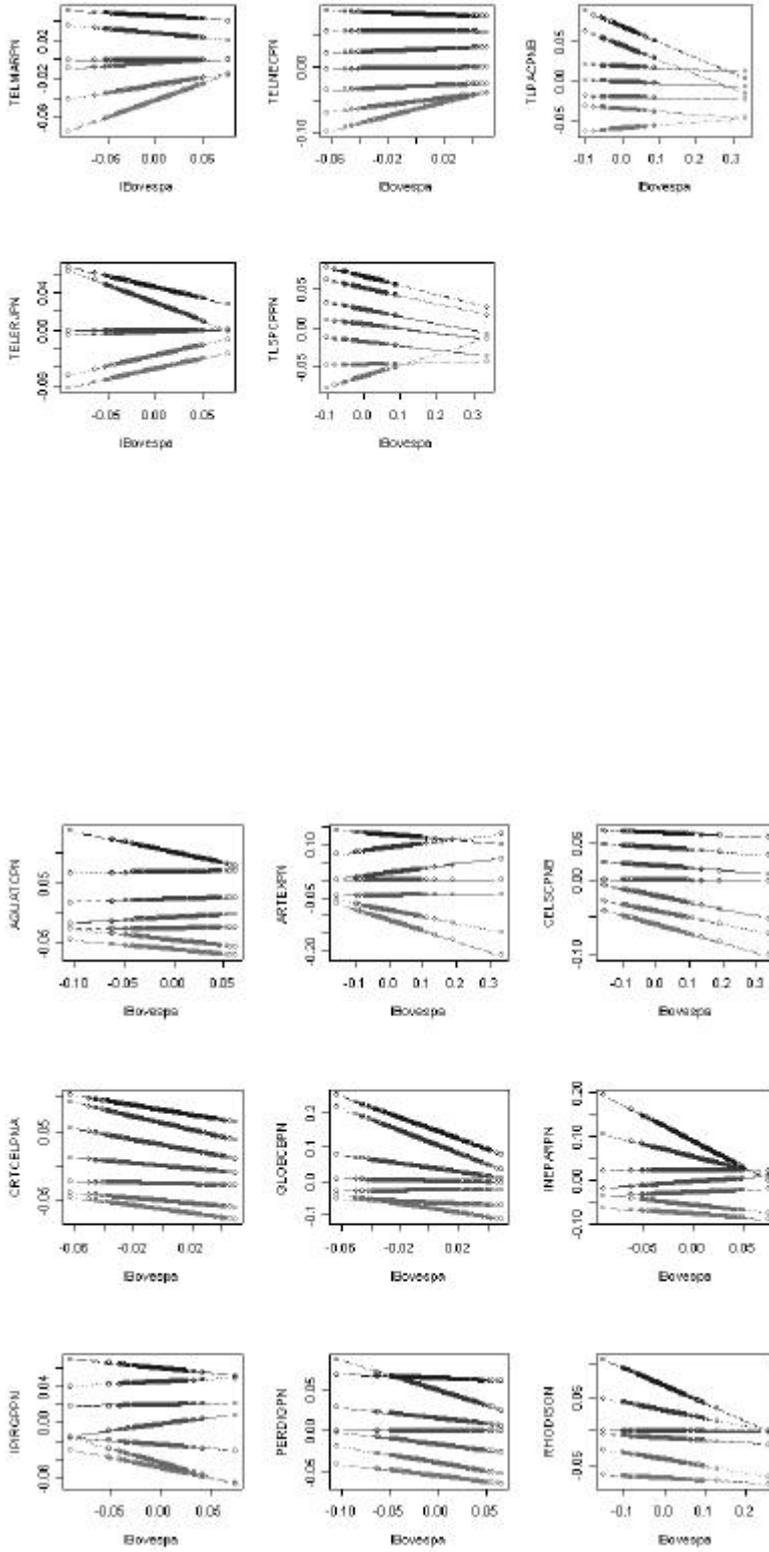
Grupo 4 parte E e grupo 5



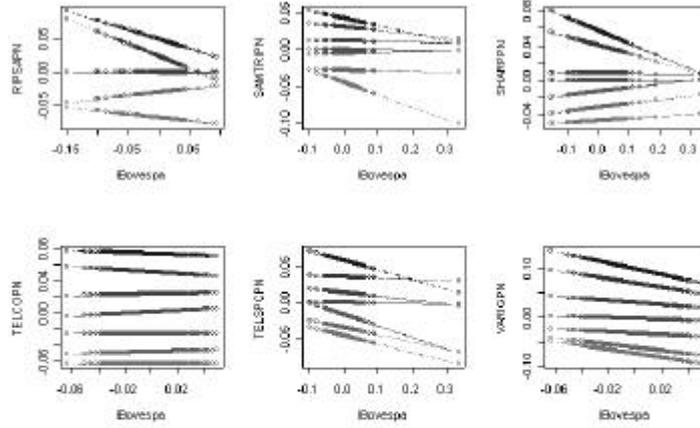
Grupo 6 partes A e B



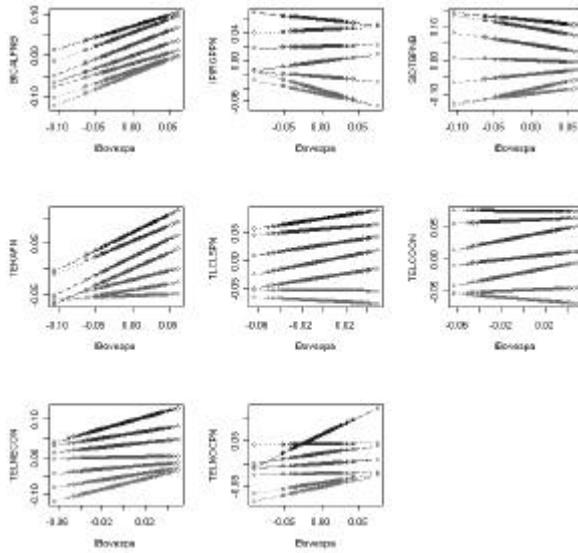
Grupo 6 parte C e grupo 7 parte A



Grupo 7 parte B



Regressões quantílicas das ações que tiveram hipótese de normalidade confirmada.



APÊNDICE C – QUANTITATIVO

“However, many aspects of economic behavior may not be linear. Experimental evidence and casual instrospection suggest that investors’ attitudes towards risk and expected return are nonlinear.”

CAMPBELL et alii(1997,p.467).

APÊNDICE C1 - Testes de Verificação de Normalidade, Qqplot e Amplitude Relativa

A verificação de normalidade é possível através de testes, os quais vêm sendo aprimorados com o decorrer do tempo. Existem disponíveis vários testes para se avaliar a aceitabilidade da hipótese de se considerar normalmente distribuída a população de onde se originou a amostra em estudo, seja para uma ou para múltiplas variáveis. O presente estudo se limita apenas aos testes enfocando uma só variável.

Uma técnica usada para se verificar a possibilidade de, baseando se em uma amostra, considerar-se a população, de onde ela é proveniente, como normalmente distribuída; consistiria em se analisar a simetria, calculada a partir do terceiro momento central, e a curtose ou achatamento, calculado a partir do quarto momento central, da distribuição em relação a um gráfico de normal padrão. Caso a assimetria se apresentasse próxima de zero,e, ao mesmo tempo, a curtose próxima de três, concluir-se-ia pela adequação da função de probabilidades normal para o referido o caso. Por outro lado, em caso de curtose excessiva ou de assimetria, sugerir-se-ia o uso de outras funções de probabilidade que pudessem melhor exprimir o comportamento da população. Entretanto, uma simples medição de simetria e achatamento pode ser considerada cientificamente fraca. Existem testes mais abrangentes , classificados como “ônibus”, que permitem se concluir melhor e mais seguramente sobre a aderência dos dados reais às condições de normalidade e que podem ser aplicados aos dados de cada um dos grupos acima definidos de modo que se possibilite concluir com mais potência e segurança a respeito do comportamento de cada um dos grupos em relação à normalidade.

TABELA 5 - PRINCIPAIS FAMÍLIAS DE TESTES DE NORMALIDADE

Algumas formas para se avaliar a normalidade de uma amostra:	
1	Comparação de dados agrupados em relação às quantidades esperadas se fossem normais, Qui-quadrado; ¹¹⁶
2	Proporção entre amplitude e variabilidade, <i>Studentized Range</i> ;
3	Análise visual de assimetria e achatamento de histograma;
4	Testes baseados nos coeficientes de assimetria e curtose, (Bowman-Shenton ou Jarque-Bera);
5	Análise das discrepâncias entre a distribuição empírica e a função de distribuição hipotética, Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling; ¹¹⁷
6	Julgamento da linearidade do gráfico traçado entre os valores de observações ordenados e os valores esperados em caso de normalidade, Shapiro-Wilk, Shapiro-Wilk-Francia e <i>qqplot</i> ;
7	Comparação entre as “informações Fisherianas” da amostra e distribuição normal, a qual tem a menor entre todas as distribuições: <i>Fisherian Information Test for Pearson Family Membership</i> .

FONTE: LEE(1998, pp.2-3), FAMA(1970) com adaptações.

Os comparativos de proporção entre amplitude e variabilidade, amplitude relativa, ou *studentized range*, é um teste que permite diferenciar amostras provenientes de distribuições com “*fat-tails*” das possivelmente provenientes de populações normalmente distribuídas.¹¹⁸ Possui a fórmula:

$$SR_i = \frac{\text{Max}(X_i) - \text{Min}(X_i)}{S(X_i)}, \quad [32]^{119}$$

onde: $\text{Max}(x_i)$ e $\text{Min}(x_i)$ são o maior e o valor da amostra respectivamente; $S(X_i)$ é o desvio padrão. Possui valores de máximos e mínimos tabelados em DAVID et alii(1954).

Os testes de Jarque-Bera e Bowman-Shenton são baseados nas seguintes formulas respectivamente:

¹¹⁶ SNEDECOR & COCHRAN apud LEE(1998, pp.2-3).

¹¹⁷ LEE(1998, pp.2-3).

¹¹⁸ “*Since the studentized range depends so much on the extreme observations in a sample, it is sensitive to departures from normality where the probabilities associated with observations far from the mean are either higher or lower than if the variable were normally distributed. This turns out to be relevant for distributions of common stocks, which are ‘fat tailed’ relative to normal distributions; that is where the frequencies of large positive and large negative returns are higher than would be expected from normal distributions.*” [FAMA(1970, pp.8-9) trad. livre].

¹¹⁹ FAMA(1970, p.8), FAMA& ROLL (1971) e DAVID et alii (1954). Este último contém as tabelas.

$$JB = \frac{1}{6} \frac{C_3^2}{S^2} + \frac{1}{24} \frac{C_4 - 3}{S^2} - 3 \frac{C_2^2}{S^2} \quad [33]^{120, 121}$$

$$E_p^a = n \left[\frac{1}{6} (C_3)^2 + \frac{1}{24} (C_4 - 3)^2 \right] \frac{1}{S^2} \quad [34]^{122}$$

Alguns testes não são testes-ônibus, isto é, podem apresentar problemas, de falso julgamento positivo de normalidade: em outras palavras, tanto para o “*Studentized Range*” quanto para o teste “Bowman-Shenton” ou “Jarque-Bera”, é possível serem formuladas distribuições que tenham o SR calculado dentro dos limites tabelados, portanto, considerado com caudas não excessivas nem insuficientes pelo “*studentized range*”; ou que tenham assimetria próxima de zero e curtose perto de três, tendo ficando abaixo do valor tabelado dos testes Jarque-Bera/Bowman-Shenton, e em nenhum dos dois casos elas serem normalmente distribuídas.¹²³

Dos três testes restantes, o teste W de SHAPIRO e WILK é baseado no julgamento de linearidade dos gráficos de valores de observações ordenados contra os valores esperados em caso de normalidade. O teste original permite avaliação de normalidade para o mínimo de 3 e máximo de 2000 observações, porém, é mais potente para $n \leq 50$. As ampliações de capacidade propostas Francia e Royston, permitiram um aumento de sua capacidade máxima de tratamento para 5000 observações, mantendo-se o mesmo limite mínimo. Além de existir amplamente disponível entre as rotinas de cálculo dos aplicativos de estatística atuais, porém, continuam com a mesma denominação. Uma de suas variantes é o procedimento gráfico usualmente incorporado aos programas aplicativos de estatística: o *qqplot* ou *qqnorm*, que também existe amplamente disponível entre as rotinas de cálculo dos aplicativos de estatística atuais, o qual permite se verificar visualmente se os dados podem ser considerados normalmente distribuídos. No *qqplot*, quanto mais reta e mais perto da linha for o gráfico de

¹²⁰ JARQUE; BERA; LEE (1984).

¹²¹ BAI & NG (2001,p.1).

¹²² DOORNIK & HANSEN (1994,p.2) Com adaptações.

¹²³ “... *These tests are not omnibus since a distribution could have skewness and kurtosis close to that of a normal but yet the distribution could be non-normal.*” LEE(1998, p.2). – trad. livre]

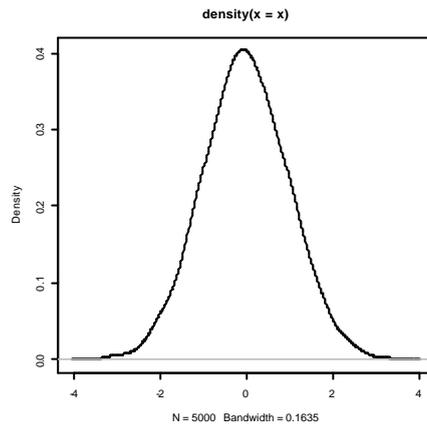
distâncias, mais próximo estará da normalidade. Na hipótese de não normalidade, ele ainda permite que se avalie a localização das discrepâncias que contribuíram para a rejeição da hipótese, conforme pode ser visualizado nos gráficos abaixo, para amostras normais, e “*fat-tails*” respectivamente.

GRÁFICOS 5A E 5B ; 6A E 6B - DENSIDADEE QQPLOTS DE NORMAL E DE UMA “*FAT-TAIL*” (CAUCHY)

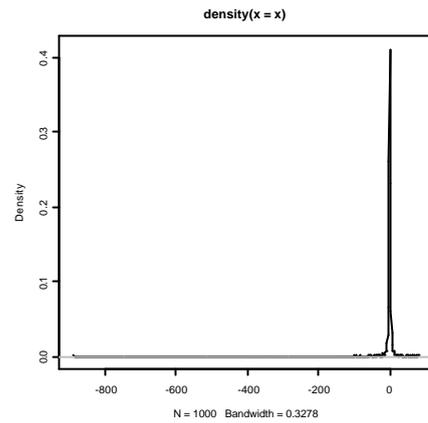
Normal

Cauchy

Densidade:

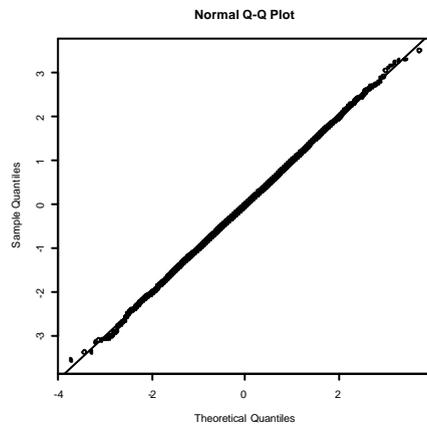


7A

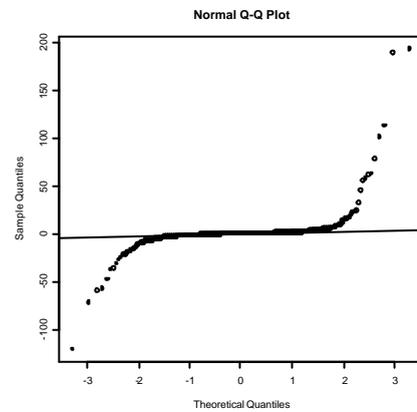


8A

Qqplot:



7B



8B

O Kolmogorov–Smirnov é considerado um teste livre no sentido de que os valores críticos (para decisão) não dependem de uma distribuição específica ser testada e permite

avaliar entre 2000 e 10000 observações;¹²⁴ Lilliefors é utilizado para pequenas amostras.¹²⁵ O de Anderson-Darling, é uma modificação do Kolmogorov-Smirnov que além de permitir se decidir pela normalidade para até 50000 observações, dá maior peso às caudas do que o K-S.^{126 127}

O último teste relacionado corresponde à comparação entre as “informações fisherianas” da amostra e as da distribuição normal. Esta última possui as menores “informações fisherianas” entre todas as distribuições. O “Teste de Informações Fisherianas” é tão poderoso quanto o Shapiro-Wilk.¹²⁸ Mas, por ter sido desenvolvido em 1995 e mais difundido em 1998, seu uso pode não estar amplamente difundido.

¹²⁴ UNITED STATES OF AMERICA(2001).

¹²⁵ Stephens e Royston apud MATHWORKS (2001).

¹²⁶ Royston, D’Agostino & Stephens *apud* UNITED STATES OF AMERICA(2001).

¹²⁷ Valores Extremos tipo I. (Valores extremos tipo II correspondem à distribuição de Frechet)

¹²⁸ “*Fisherian Information Test for Pearson Family Membership*” TERREL(1995) e LEE(1998).

APÊNDICE C2 – Deficiências da Correlação

A correlação linear é uma medida paramétrica, baseada em média, variância e desvio padrão, cujas origens remontam às contribuições de Edgeworth, em 1892; Pearson & Sheppard, em 1897; e Pearson em 1907.¹²⁹ É calculada através da divisão da covariância entre duas variáveis pelo produto dos desvios padrões de cada variável:

$$r = \frac{\text{Cov}(x,y)}{[\text{Var}(x)]^{1/2}[\text{Var}(y)]^{1/2}} = \frac{\sum_{i=1}^n \left[x - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x}{n} \right) \right] \left[y - \left(\frac{\sum_{i=1}^n y}{n} \right) \right]}{\left[\sum_{i=1}^n \left(x - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x}{n} \right) \right)^2 \right]^{1/2} \left[\sum_{i=1}^n \left(y - \left(\frac{\sum_{i=1}^n y}{n} \right) \right)^2 \right]^{1/2}} \quad [35]$$

onde: $-1 \leq r \leq 1$

Segundo EMBRECHTS et alii (1999a, p.1) a correlação está no coração do CAPM e do APT, nos quais o seu uso como medida de dependência entre instrumentos financeiros é essencialmente fundamentada na presunção de que os retornos sejam gaussianamente (normalmente) distribuídos.¹³⁰

EMBRECHTS e outros dizem que distribuições elípticas (normal multivariada é um caso) são aquelas distribuições cujas densidades em duas dimensões apresentam linhas de contorno em formato de elipsóides. A distribuição t-multivariada, que é um exemplo delas, possui distribuições marginais univariadas, as quais são mais largas nas caudas. Por esse motivo, a t-multivariada é algumas vezes usada em substituição à normal multivariada como distribuição dos vetores de retornos de ativos.¹³¹ Ela é um exemplo em que a correlação zero

¹²⁹ CORDEIRO(2001)

¹³⁰ "...The Capital Asset Pricing Model (CAPM) and the Arbitrage Pricing Theory (APT) (Campbell, Lo, and MacKinlay 1997) use correlation as a measure of dependence between different financial instruments and employ an elegant theory, which is essentially founded on an assumption of multivariate normally distributed returns, in order to arrive at an optimal portfolio selection." [...] "The inclusion of non-linear derivative products invalidates many of the distributional assumptions underlying the use of correlation." [EMBRECHTS et alii(1999a, p.1.) – Trad. livre].

¹³¹ Kendall, Spearman...

entre os riscos não implica em independência dos mesmos. Somente para a normal multivariada a correlação zero pode ser interpretada como independência.¹³²

TABELA 6 - DEFICIÊNCIAS DA CORRELAÇÃO

A correlação como medida de dependência possui alguns problemas:	
1	A correlação é simplesmente uma medida escalar de dependência; ela não é capaz de nos dizer tudo que apreciaríamos saber sobre a estrutura de dependência dos riscos.
2	Os valores possíveis de correlação dependem da distribuição marginal dos riscos. Todos valores entre -1 e 1 não são necessariamente atingíveis.
3	Riscos direta (inversa) e perfeitamente dependentes não necessariamente terão correlação 1 (-1).
4	Correlação 0 (zero) não indica independência entre os riscos.
5	A correlação não é invariável face às transformações dos riscos. $r(X, Y)$ geralmente não é igual a $r[\text{Log}(x), \text{Log}(Y)]$.
6	A correlação somente está definida quando as variâncias dos riscos são finitas. Ela não é uma medida apropriada de dependência para riscos cujas distribuições tenham cauda espessa ("fat-tail"), ou seja, cujas variâncias sejam infinitas.

Fonte: EMBRECHTS.¹³³

A correlação por postos não tem as deficiências 2, 3, 5 e 6; ainda persistem a 1 e a 4. Além de que as correlações por postos (não paramétricas) não poderem ser manipuladas

¹³² "The elliptical distributions (of which the multivariate normal is a special case) are distributions whose density is constant on ellipsoids. In two dimensions, the contour lines of the density surface are ellipses. The multivariate t -distribution provides a nice example. This distribution has standard univariate t marginal distributions, which are heavy-tailed. For this reason it is sometimes used instead of the multivariate normal as the distribution of vectors of asset returns. Interestingly, a multivariate t -distribution with uncorrelated components X_1, \dots, X_n is NOT a distribution with independent components. It provides an example where ZERO correlation of risks does not imply independence of risks. Only in the case of multivariate normal can uncorrelatedness always be interpreted as independence." [EMBRECHTS et alii (1999a, p.2) – trad. livre]

¹³³ "1. Correlation is simply a scalar measure of dependency; it cannot tell us everything we would like to know about the dependence structure of risks. 2. Possible values of correlation depend on the marginal distribution of risks. All values between -1 and 1 are not necessarily attainable. 3. Perfectly positively dependent risks do not necessarily have a correlation of 1; perfectly negatively dependent risks do not necessarily have a correlation of -1. 4. A correlation of zero does not indicate independence of the risks. For example $\log(X)$ and $\log(Y)$ generally do not have the same correlation as X and Y . 6. Correlation is only defined when the variances of the risks are finite. It is not an appropriate dependence measure for very heavy-tailed risks where variances appear infinite." [EMBRECHTS et alii (1999a, pp.5-6) - trad. livre adaptada]

como a correlação linear (paramétrica).¹³⁴ Sugere a adoção das Copulas, as quais são simples funções de distribuição conjuntas de vetores aleatórios com distribuições marginais uniformes padronizadas, as quais são úteis porque permitem o entendimento de como distribuições marginais simples de risco são agrupadas em forma de distribuições conjuntas de grupos de risco, ou seja, permitem o entendimento da idéia de dependência estatística.^{135 136}

Para BLYTH e SHAW apud EMBRECHTS et alii (1999a, p.1), a correlação não consegue capturar os relacionamentos de dependências não-lineares que existem entre muitos fatores de risco da realidade mundial.

Antes de se calcular a correlação (correlação linear de Pearson) entre duas variáveis, é importante que seja avaliada a hipóteses do comportamento entre elas ser não-linear, pois tal correlação, como sua própria denominação pode sugerir, não exprime bem os relacionamentos não lineares:

TABELA 7 - EXEMPLO DE DISTORÇÃO NO CÁLCULO DA CORRELAÇÃO

X	Y	Z
1,00	100,00	2,00
2,00	200,00	2,30
3,00	300,00	2,48
4,00	400,00	2,60
5,00	500,00	2,70
6,00	600,00	2,78
7,00	700,00	2,85
8,00	800,00	2,90
9,00	900,00	2,95
10,00	1000,00	3,00

Foram calculadas as correlações entre x e y, e x e z, resultando em 1 e 0,952 respectivamente, significando que a variável x possui correlação máxima com a variável y; e

¹³⁴ “Rank correlation does not have deficiencies 2,3,5 and 6. [...] Deficiencies 1 and 4 remain.” [...] “Moreover, rank correlation cannot be manipulated in the same easy way as linear correlation.” [EMBRECHTS et alii (1999a, p.6) - trad. livre]

¹³⁵ “Copulas are simply the joint distribution functions of random vectors with standard uniform marginal distributions. Their value in statistics is that they provide a way of understanding how marginal distributions of single risks are coupled together to form joint distributions of groups of risks; that is, they provide a way of understanding the idea of statistical dependence” [FREY & McNEIL (2001, p.2 -trad. livre)]

¹³⁶ EMBRECHTS et alii (1999b) et op. Cit.: Schweizer & Sklar (1983), Joe(1997) e Nelsen(1999).

que a variável x é forte, porém imperfeitamente correlacionada com a variável z . Depois de criar uma variável $w = \log_{10}(y)$, vai ser possível observar que w e z possuem os mesmos valores. Na verdade x e z estão maximamente relacionadas, mas a correlação não foi capaz de bem representar tal fato. Portanto, o cálculo de correlação entre variáveis que sejam não linearmente relacionadas vai gerar um erro, que para o caso dos retornos dos ativos, se constituirá numa sub-avaliação do verdadeiro relacionamento entre eles, gerando uma sub avaliação do risco real, pois se imaginaria que dois ativos fossem fracamente correlacionados, mas na verdade, quando um sofresse alteração, o outro também sofreria influência, embora tais reflexos possam não ser de mesma magnitude. Uma solução alternativa seria antes empregar uma transformação inversa da realmente ocorrida, de modo expressar no valor da correlação a real relação entre uma e outra.

Segundo KOWALSKI(1972, p.11), com relação a robustez da distribuição de r em relação a não linearidade das observações foi revisto a luz de resultados experimentais baseados em tecnicas modernas de simulação e estimação de densidade. A distribuição de r pode ser bastante sensível a não-normalidade e que a análise de correlação deve-se limitar a situações onde (x,y) são normais ou muito perto disso. A distribuição de r não precisa concordar com a teoria de normalidade quando $\rho=0$ e mesmo com a distribuição de r perto da normalidade, análises alternativas podem ser mais eficientes.¹³⁷

¹³⁷ “The literature on subject of robustness of distribution of r with respect to non-normality of the observations was reviewed in the light of new experimental results based on modern simulation and density estimation techniques. The general conclusion is that the distribution of r may be quite sensitive to non-normality and that normal correlation analyses should be limited to situations in which (X,Y) is (at least very nearly) normal. The distribution of r need not agree well with normal theory when $\rho=0$ and even if the distribution of r is close to the normal theory density alternative analyses may be more efficient.” [KOWALSKI(1972,p.11) –Trad livre]

APÊNDICE C3 - Regressão Linear pelo Método dos Estimadores de Mínimos Quadrados Ordinários e Seus Pressupostos

De acordo com LEWIS-BECK (1980, p.26), o modelo de regressão bivariado deve atender certos pressupostos. ¹³⁸ Considerando-se o modelo para população :

$$Y_i = a + \beta X_i + e_i \quad e, \quad Y_i = a + bX_i + e_i, \quad [36]$$

no caso de amostra, de modo a inferir precisamente os verdadeiros valores de a e β da população a partir dos estimadores “ a ” e “ b ” da amostra, devem ser acatados os seguintes pressupostos:

TABELA 8 - PRESSUPOSTOS DA REGRESSÃO LINEAR POR ESTIMADORES DE MÍNIMOS QUADRADOS

Não exista erro de especificação:	
1A	O relacionamento entre as variáveis X_i (independente) e Y_i (dependente) é linear;
1B	Nenhuma variável independente relevante tenha sido excluída;
1C	Nenhuma variável independente irrelevante tenha sido incluída.
Não exista erro de mensuração:	
A	As variáveis X_i e Y_i tenham sido precisamente mensuradas.
O erro e_i deve atender às seguintes condições:	
3A	$E(e_i) = 0$: (Para cada observação, o valor esperado ou Esperança para o erro é zero);
3B	$E(e_i^2) = c^2$ (Homocedasticidade ou variância do erro constante para todos X_i);
3C	$E(e_i e_j) = 0 \quad i \neq j$ (Nenhuma auto-correlação entre os elementos do erro);
3D	$E(e_i X_i) = 0$ (Nenhuma auto-correlação entre os erros e a variável independente);
3E	$e_i \sim N(\mu_e; s_e)$ (a distribuição dos erros é normal).

Fonte: LEWIS-BECK (1980, p.26) com adaptações.

Quando as presunções de 1A a 3D são atendidas, os estimadores desejáveis para os parâmetros da população alfa e beta, serão obtidos; tecnicamente, eles serão os “melhores estimadores não tendenciosos” MENT (Um estimador não tendencioso estima corretamente

os parâmetros da população com média, $E(b)=\beta$. Por exemplo, se fossem repetidamente extraídas amostras da população, cada vez recalculando b , poderia-se esperar que a média de todas aquelas “ b s” fosse igual a β . Se a presunção de normalidade (3E) for atendida, eles serão os MENT e poderão ser realizados os testes de significância, de modo determinar quão provavelmente os valores dos parâmetros da população diferem de zero.¹³⁹

A primeira presunção de ausência de erro de especificação é fundamental. Em resumo, ela assegura que o modelo teórico incorporado pela equação está correto, ou seja, que a forma funcional dos relacionamentos sejam verdadeiramente uma linha reta e que nenhuma variável relevante tenha sido excluída ou incluída repetidamente e que nenhuma variável irrelevante tenha sido incluída.¹⁴⁰

A necessidade da presunção de inexistência de erro de mensuração é evidente: se as medidas forem imprecisas igualmente serão os estimadores. Caso somente a variável dependente tenha sofrido erro de mensuração, e se ele for aleatório, os estimadores de mínimos quadrados ainda serão não tendenciosos, o oposto ocorrerá se a variável independente for medida erroneamente. No entanto, se a variável independente for medida com quaisquer erros, então os EMQ serão tendenciosos.¹⁴¹

Quanto às presunções relacionadas à série de erros, a expectância zero para o erro quando não observada pode implicar em tendenciosidade para a estimação do intercepto (α). A violação da presunção de homoscedasticidade, embora os estimadores de mínimos quadrados continuem não tendenciosos, os testes de significância e os intervalos de confiança ficam errados. A presunção de nenhum autocorrelacionamento significa que o erro

¹³⁸ Presumível também para os casos com duas ou mais variáveis independentes.

¹³⁹ “When assumptions 1 to 3d are met, desirable estimators of the population parameters, **a** and **b**, will be obtained; technically, they will be the ‘best linear unbiased estimates’ BLUE. (An unbiased estimator currently estimates the population parameter, on the average, i.e., $E(b) = \mathbf{b}$. For instance, if we repeatedly draw samples from the population, each time recalculating b , we would expect the average of all these b 's to equal \mathbf{b}). If the normality assumption (3e) also holds, they will be the “best unbiased estimates,” and we can carry out significance tests, in order to determine how likely it is that the population parameter values differ from zero.” [LEWIS-BECK (1980, p.27 – trad livre].

¹⁴⁰ “The first assumption, **absence of specification error**, is critical. In sum, it asserts that the theoretical model embodied in the equation is correct. That is, the functional form of the relationship is actually a straight line and no variables have been improperly excluded or included as ‘causes’ .” [LEWIS-BECK (1980, p . 27 – trad. livre, com adaptação]

¹⁴¹ “The need for the second assumption, **no measurement error** is self-evident. If our measures are inaccurate, then our estimates are likely to be inaccurate. If only the dependent variable is measured with error then the least squares estimates may remain unbiased, provided the error is “random.” However; if the independent

correspondente à uma observação não está correlacionado com quaisquer erros de outras observações. Quando há presença de autocorrelação, os estimadores de mínimos quadrados permaneceriam não tendenciosos, entretanto, os testes de significância e os intervalos de confiança não seriam válidos.¹⁴² Se a variável independente está correlacionada com a série de erros os estimadores de mínimos quadrados para os parâmetros serão tendenciosos.¹⁴³

Quanto à presunção de que a série de erros seja normalmente distribuída, Desde que as distribuições de Y_i e ε_i sejam as mesmas, e apenas difiram nas médias a discussão será facilitada pela simples consideração da distribuição de Y .¹⁴⁴

Existem controvérsias sobre a gravidade das violações dos pressupostos: se por um lado uma corrente da qual fazem parte *KERLINGER & PEDHAZUR* afirmam que tais estimadores de regressão por MMQO são robustos.¹⁴⁵ Por outro lado, uma segunda corrente, da qual faz parte *BIBBY* afirma que tais violações podem gerar regressões quase inúteis. Algumas presunções são mais robustas que outras. LEWIS-BECK afirma que a presunção de normalidade pode ser ignorada quando o tamanho da amostra é suficientemente grande para que se possa invocar o Teorema do Limite Central.¹⁴⁶

variable is measured with any error then the least squares estimates will be biased.” [LEWIS-BECK (1980, p. 27 – trad. livre]

¹⁴² “The third set of assumptions involve the error term. The initial one, a zero mean, is of little concern because, regardless, the least squares estimate of the slope is unchanged. It is true that, if this assumption is not met, the intercept estimate will be biased. Violating the assumption of **homoskedasticity** is more serious. While the least squares estimates continue to be unbiased, the significance tests and confidence intervals would be wrong. The assumption of **no autocorrelation** means that the error corresponding to an observation is not correlated with any of the errors for the other observations. When autocorrelation is present the least squares parameter estimates are still unbiased, however, the significance tests and confidence intervals are invalid.” [LEWIS-BECK (1980, p. 28 – trad. livre]

¹⁴³ “The next assumption, **that the independent variable is uncorrelated with the error term**, can be difficult to meet in nonexperimental research. If this observed X variable is related to the error term, then the least squares parameter estimates will be biased.” [LEWIS-BECK (1980, p. 29 – trad. livre]

¹⁴⁴ “The last assumption is that the error term is normally distributed. Since the distributions of Y_i and c , are the same (only their means are different; our discussion will be facilitated by simply considering the distribution of Y .” [LEWIS-BECK (1980, p. 29 – trad. livre].

¹⁴⁵ KERLINGER & PEDHAZUR apud LEWIS-BECK(1980).

¹⁴⁶ “There is some disagreement in the statistical literature over how serious the violations of the regressions assumptions actually are. At one extreme, researchers argue that regression analysis is “robust,” that is, the parameter estimates are not meaningfully influenced by violations of the assumptions. This “robust” perspective on regression is employed in *KERLINGER & PEDHAZUR (1973)*. At the other extreme, **some feel that violations of the assumptions can render the regression results almost useless**. *BIBBY's (1977) work* provides an example of this “fragile” view of regression analysis. Clearly, some of the assumptions are more robust than others. The normality assumption, for instance, can be ignored when the sample size is large enough for the central-limit theorem can be invoked. (**The Central limit theorem indicates that the distribution of a sum of independent variables, which we can conceive of the error term as representing, approaches normality as sample size increases, irrespective of the nature of the distributions in the population.**). By way of contrast, the presence of specification error, such as the exclusion of a relevant

Observados os títulos de suas obras, os primeiros autores da controvérsia, Kerlinger & Pedhazur, tratam de estatística aplicada à área de Psicologia, praticamente a mesma de LEWIS-BECK (Ciências Sociais), pode ser considerada lógica a concordância ente eles. Por outro lado, parece mais plausível o ponto de vista de Bibby, cuja obra trata exclusivamente de modelos lineares, dos quais a regressão linear pelo método de mínimos quadrados é parte integrante, o que sugere que sua obra tenha um enfoque e mais mais abrangente e profundo sobre o assunto, especialmente face aos argumentos do teorema geral do limite central, os apresentados no apêndice C2 e das características distribucionais dos dados financeiros.

variable, creates rather serious estimation problems which can be relieved only by introduction of the omitted variable into the model.” [LEWIS-BECK (1980, p. 30 – trad. livre]

APÊNDICE C4 – Regressão Quantílica

A regressão quantílica é uma técnica estatística robusta que objetiva estimar e conduzir uma inferência a respeito das funções de separatrizes condicionais. Através de procedimento similar ao de otimização da regressão linear clássica pelos métodos de mínimos quadrados ordinários, a qual procura minimizar os resíduos ou erros das somas dos quadrados dos desvios dos valores em função da média aritmética condicional; a regressão quantílica procura minimizar os resíduos ou erros absolutos (em módulo) dos valores em função dos percentis ou, genericamente, quantis. Foi criada em 1978 por Koenker e Basset. Pode ser considerada como uma evolução da estimação clássica por mínimos quadrados ordinários por ser capaz de produzir uma análise estatística mais completa das relações entre as variáveis dependentes e a variável independente.¹⁴⁷

Digamos que os escores de estudantes do τ -ésimo percentil de um exame padronizado, caso ele desempenhado melhor do que a proporção τ e pior do que a proporção $(1-\tau)$ do grupo de estudantes de referência. Portanto, a metade dos estudantes se saiu melhor, e a metade pior do que o estudante da mediana. Analogamente, os quartis dividem a população em quatro segmentos de proporções iguais. Por extensão, os percentis valeriam para os τ /cem avos. Como os quantis ou separatrizes abrangem tanto a mediana quanto os quartis e os percentis, tais regressões podem ser genericamente denominadas por regressões quantílicas.¹⁴⁸

Uma variável aleatória Y pode ser formalmente caracterizada por sua função de distribuição, $F(y) = \text{Prob}(Y \leq y)$ para quaisquer $0 < \tau < 1$. $Q(\tau) = \inf \{ y: F(y) \geq \tau \}$ é denominado τ -ésimo percentil de X . A mediana $Q(1/2)$, $Q(2/4)$, $Q(5/10)$, ou $Q(50/100)$ possui o papel central. Como uma função de distribuição de probabilidades, a função quantílica fornece uma caracterização completa da variável aleatória Y .

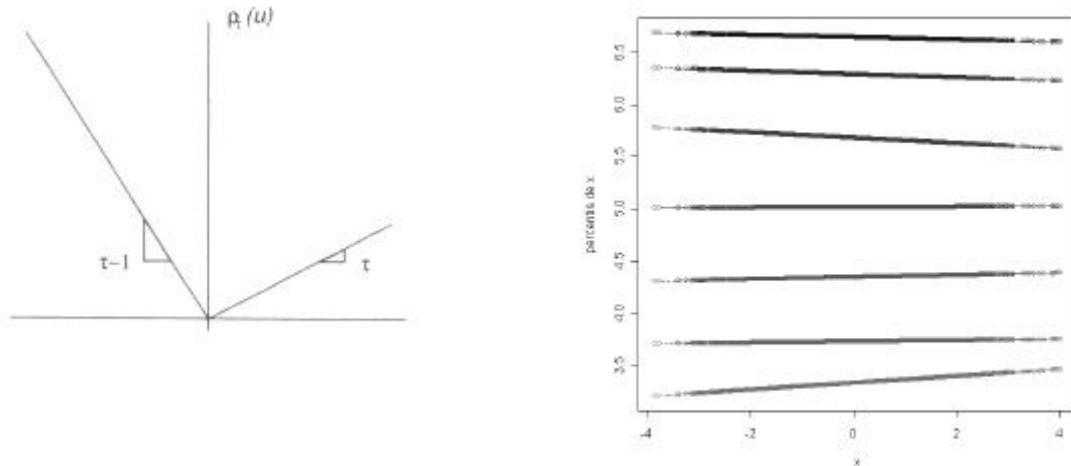
As separatrizes ou os percentis ou fractais podem ser formulados como a solução

¹⁴⁷ KOENKER (2000, p.1)

¹⁴⁸ KOENKER & HALLOCK (2000, p.2-4).

para um problema de otimização simples. Para quaisquer $\tau \in (0, 1)$ definindo uma função por partes para checagem linear, $\rho_\tau = u(\tau - I(u < 0))$ - gráfico 7.

GRÁFICOS 7 E 8 – FUNÇÃO PERDA DA REGRESSÃO QUANTÍLICA E PLOTAGEM DOS VALORES ESTIMADOS DA VARIÁVEL DEPENDENTE VERSUS VARIÁVEL INDEPENDENTE



Fontes: KOENKER & HALLOCK (2000) e próprio autor respectivamente.

Minimizando a soma de $\rho_\tau(Y - \xi)$ com respeito à ξ resulta como solução $\xi(\tau)$, a menor das supradefinidas $Q(\tau)$. A amostra análoga de $Q(\tau)$, baseada na amostra aleatória, $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, dos Y s, é denominada τ -ésimo percentil da amostra, que pode ser encontrado resolvendo-se:

$$\min_{\xi \in \mathbb{R}} \sum_{i=1}^n \rho_\tau(y_i - \xi) \quad [37]$$

As variáveis dependentes podem influenciar a distribuição condicional de resposta de diversas formas: expandindo sua dispersão como em um modelo heteroscedástico tradicional, alongando uma cauda e comprimindo outra, ou mesmo evidenciando múltiplas modas. A investigação explícita destes efeitos via regressão quantílica pode produzir uma visão detalhada dos relacionamentos estocásticos entre as variáveis e portanto, produzir uma

análise empírica com mais informações.¹⁴⁹

O gráfico oito mostra as regressões entre a variável x e uma variável y , ambas provenientes de gerações de 10.000 números aleatórios $N[5, 1]$ e 10.000 números aleatórios $N[0, 1]$, respectivamente. Foram traçadas as retas de regressão quantílica para as separatrizes ou percentis de ordem 5%, 10%, 25%, 50%, 75%, 90% e 95% representadas pelas retas em graduações de cinza, do claro até preto respectivamente. Seu entendimento pode ser alcançado pela imaginação das referidas retas como se fossem curvas de nível usadas em topografia, tendo o eixo dos z perpendicular ao eixo x e ao eixo dos y : supondo-se um caso simétrico, como se no eixo z , saindo da folha rumo ao teto, houvesse uma superfície, que vista em perspectiva pelas laterais direita e esquerda, ou com retas paralelas equidistantes de um lado a outro e centradas na reta-mediana, tivesse a forma parecida com a distribuição normal; tal superfície teria uma linha de cume presa à reta mediana e o restante da superfície estaria preso pelas várias linhas retas dos respectivos quantis. Se vista de cima, quanto mais perto as retas umas das outras mais íngreme seria o “relevo” entre elas. Agora por extensão, supondo o comportamento para casos não simétricos ou nos quais as retas se movam, se poderia deduzir que tal recurso permite acompanhar a dinâmica das assimetrias entre os quantis das variáveis da regressão.

¹⁴⁹ “Covariates may influence the conditional distribution of the response in myriad ways: expanding its dispersion as in traditional models of heteroscedasticity, stretching one tail of the distribution, compressing the other tail, and even inducing multimodality. Explicit investigation of these effects via quantile regression can provide a more nuanced view of the stochastic relationship between variables, and therefore a more informative empirical analysis.” [KOENKER & HALLOCK (2000,p.2) – trad. livre].